

MINISTERUL ÎNVĂȚĂMINTULUI ȘI CULTURII
I N S T I T U T U L D E C O N S T R U C Ț I I
FACULTATEA DE DRUMURI ȘI PODURI, SECȚIA DE GEODEZIE

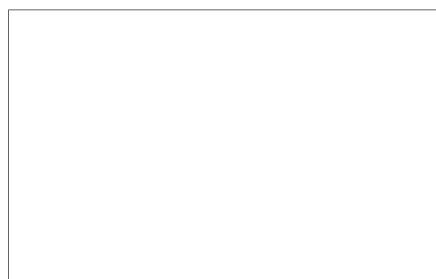
Prof. Ing. KLINGER IOSIF



STAT

C U R S
DE
TRIANGULAȚIE GEODEZICĂ
DE ORD. IV.

STAT



1958
BUCUREȘTI

MINISTERUL INVATAMINTULUI SI CULTURII

INSTITUTUL DE CONSTRUCTII

Facultatea de Drumuri și Poduri, Secția de Geodezie

Prof. Ing. Klinger Iosif

C U R S

de

TRIANGULATIE GEODEZICA

DE ORD. IV.

1 9 5 8

București

- 3 -

PREFATA

Am întocmit acest curs pentru a fi folosit în primul rînd de către studenții Secției de Geodezie a Facultății de Drumuri și Poduri, atît de cei care participă la cursuri cît și de cei de la cursurile fără frecvență.

El conține toate operațiunile necesare efectuării lucrărilor pe teren și de birou, pentru determinarea punctelor geodezice de ordinul IV. Pe lîngă explicațiile de ordin practic, am dat și demonstrațiile necesare pentru ca cei care execută lucrările să poată aprecia gradul de precizie cu care trebuie efectuată fiecare operațiune. Unde am crezut că este absolut nevoie, am dat și exemple numerice.

În ceea ce privește expunerea problemelor, legate de aceste lucrări, am preferat să le prezint în ordinea rezolvării lor în practică și, de aceea, n-am împărțit materia în capitole și paragrafe.

Despre proiecțiile folosite actualmente în RPR, am dat numai ceea ce este necesar pentru înțelegerea și efectuarea calculului de reducere a vizelor la planul de proiecție, pentru orientarea stațiilor de ordin superior în vederea determinării punctelor de ordinul IV. De asemenea am tratat și deformațiunile lineare pentru a înțelege transcalcularea punctelor de ordin IV dintr-un plan de proiecție într-un alt plan de proiecție. Tratarea mai profundă a acestor probleme, legate de triangulația de ordin superior, se va face la cursul de cartografie.

Acest curs poate fi folosit și de către studenții altor facultăți, precum și de toți cei care execută lucrări geodezice de ordinul IV.

În tratarea materiei s-a căutat să se țină seama de toate cerințele progresiste existente relativ la triangulația geodezică de ord. IV-. triangulație atît de actuală în țara noas-

- 4 -

tră, - ca dând puncte de sprijin precise și unice, pentru proiectarea și executarea marilor lucrări de construcție a socialismului, prin industrializare justă și transformare socialistă a agriculturii. ajungându-se la o organizare și amenajare complexă a întregului teritoriu al țării urban și rural.

Mulțumesc tovarășului inginer Munteanu Constantin, asistent care mi-a ajutat la redactarea finală a acestui curs.

Prof. Ing. Klinger Iosif.

- 5 -

.INTRODUCERE

GEODEZIA SI ROLUL EI IN TOPOGRAFIE

Geodezia este știința care se ocupă cu determinarea formei pământului, cu stabilirea de puncte geodezice în vederea ridicării suprafețelor sale - totale sau parțiale - și a reprezentării ei în plan.

Pentru determinarea formei pământului se fac măsurători de arce de meridiane și paralele împreună cu măsurători astronomice și gravimetrice.

Pentru ridicarea suprafețelor se creează pe suprafața pământului anumite puncte fixe, numite puncte de triangulație sau puncte geodezice. Aceste puncte sînt de ordinul I, II, III, și IV. La rîndul lor, punctele de ordinul I, II și III se numesc puncte de ordin superior, iar cele de ordinul IV se numesc puncte de ordin inferior.

În Uniunea Sovietică se folosește și pentru topografie cuvîntul "geodezie" în sens larg. La noi, prin geodezie se înțelege numai triangulația de ordin superior, unde se ia în considerare curbura pământului, și triangulația de ordin inferior, unde curbura se neglijează.

La ridicarea în plan a suprafețelor mari, ca regiuni, țări sau continente, se pune problema reprezentării suprafețelor măsurate pe un corp rotund, cum este pământul, într-un plan.

Se știe că suprafața unui corp rotund nu se poate desfășura în plan fără deformațiuni.

Prin adoptarea proiecțiilor, geodezia a creat posibilitatea de reprezentare a suprafeței fizice a pământului într-un plan de proiecție - bine înțeles nu fără anumite concesii în ceea ce privește menținerea neschimbată a lungimilor sau a unghiurilor.

- 6 -

Partea din Geodezie, care se ocupă cu reprezentarea suprafețelor în plan se numește cartografie. În tratatul "Cartografia" de autorul sovietic Vitkovski, se găsesc descrise 103 sisteme de proiecțiuni. La rândul lor, proiecțiunile se împart în : a) proiecțiuni conforme, adică acelea care păstrează ne-schimbate unghiurile figurilor geometrice mici, dar deformează lungimile.

b) proiecțiuni neconforme, în care unghiurile se deformează. Ele pot fi echidistante (păstrează raportul lungimilor din plan față de cele de pe teren pe anumite direcțiuni) și echivalente (păstrează raportul suprafețelor din plan față de cele de pe teren).

La ridicările topografice, făcute pentru inventarierea suprafeței agricole a unei țări sau pentru lucrările ingineresti cum ar fi construcții de căi ferate, drumuri sau pentru lucrările de sistematizare a orașelor și centrelor populate, etc. se recomandă folosirea unei proiecțiuni conforme, în care figurile geometrice de pe teren sînt asemenea cu cele de pe plan.

În acest caz, unghiurile rămînînd neschimbate, se deformează numai lungimile. Această deformare trebuie înțeleasă în sensul că, dacă se calculează o lungime din coordonatele a două puncte reprezentate pe plan, aceasta diferă de aceeași lungime măsurată pe teren, chiar dacă se presupune că măsurătoarea de pe teren s-a făcut fără erori.

La noi se folosește în prezent, pentru lucrările civile, proiecțiunea stereografică, iar pentru harta militară proiecțiunea Gauss-Krüger.

Pentru determinarea formei pămîntului s-au făcut măsurători încă din antichitate, continuate în Evul Mediu, iar în secolele XVII, XVIII și XIX s-au făcut măsurători de arce de meridiene și paralele, ajungîndu-se la concluzia că pămîntul ar fi un elipsoid de revoluție, născut prin rotirea unei elipse în jurul axei sale mici. În acest caz, paralelele apar ca cercuri paralele, iar meridianele ca elipse. Dimensiunile acestui elipsoid au fost determinate între alții de Bessel, Clarke și Hayford, iar în ultimul timp de savantul sovietic Krasovski; diferențele dintre aceste determinări sînt mici.

- 7 -

În a doua jumătate a secolului al XIX-lea s-au constatat diferențe la calculul dimensiunilor pământului din mai multe lungimi de arce de meridiane, care nu erau cauzate numai de erorile făcute în măsurători. Cu această ocazie s-a stabilit că forma pământului nu se aseamănă perfect cu un elipsoid; Acestei forme i s-a dat numele de Geoid. Geoidul este determinat de suprafața liniștită a mărilor, prelungite pe sub continente.

Avînd în vedere că geoidul are o formă apropiată de elipsoidul de revoluție, îl putem înlocui printr-un elipsoid de referință, stabilindu-se diferențele față de geoid.

Direcția verticalei unui punct de pe suprafața geoidului, dată de direcția gravitației, formează cu direcția normalei la elipsoid, în punctul respectiv, un unghi mic, denumit "deviația verticalei".

Măsurătorile moderne caută să stabilească dimensiunile unui elipsoid cît mai apropiat de geoid. În acest scop, ele se ocupă și cu determinarea deviațiilor verticalelor prin măsurători gravimetrice în cît mai multe puncte de pe suprafața pământului. Înainte se credea că deviațiile acestea ar fi cauzate de inegală repartizare a maselor pe suprafața pământului. Făcîndu-se cercetări în cîteva puncte ale arcului de meridian, măsurate în India, și comparîndu-se influența maselor muntelui Himalaia cu rezultatul obținut prin măsurători astronome-geodezice, s-a ajuns la concluzia că masele muntoase ar fi compensate printr-o densitate mai mică a maselor subterane. Se poate deci presupune că atît continentele cît și oceanele sînt compensate subteran. S-au făcut apoi studii pentru a se stabili la ce adîncime se găsesc masele compensatoare subterane, ajungîndu-se la concluzia că ele se găsesc la circa 120 km adîncime. Se poate presupune că la această adîncime s-ar afla o suprafață pe care masele de deasupra ar exercita în fiecare punct aceeași presiune.

Elipsoidul de referință se apropie foarte mult de forma geoidului. S-a arătat mai sus că pentru ridicarea în plan a suprafețelor mari, se folosesc puncte de triangulație, stabili-

- 8 -

te pe suprafața elipsoidului. Aceste puncte se proiectează fie direct pe un plan, cum este planul de proiecție stereografic, fie pe un corp geometric desfășurabil, cum este conul sau cilindrul. Aceste corpuri sînt apoi tăiate de-a lungul unor generatoare și desfășurate în plan.

Punctele de triangulație sînt legate între ele prin triunghiuri. Aceste triunghiuri acoperă toată suprafața unei țări, formînd canevasul geodezic. Acesta se orientează printr-unul sau mai multe sisteme de axe, pe care se sprijină toate ridicările topografice. Prin punctele de triangulație se asigură și legătura între diferite ridicări topografice, astfel încît toată suprafața unei țări să se prezinte ca un tot omogen și continuu. Complet diferit se prezintă situația la ridicările topografice sprijinite pe triangulații locale. În cazul acestei triangulații, fiecare suprafață ridicată are o orientare proprie, cu un sistem de axe local. Aceste axe diferă de la ridicare la ridicare. La asamblarea acestor suprafețe se ivesc greutăți din cauza orientărilor diferite, a etalonului diferit cît și din cauza erorilor inerente la executarea măsurătorilor. Astfel, o latură comună a două ridicări locale va avea orientări și lungimi diferite. Unificarea acestor suprafețe într-un singur plan va necesita operațiuni suplimentare pe teren, în vederea legării punctelor de triangulație locală cu punctele geodezice, pentru a putea transcalcula atît coordonatele punctelor de triangulație locală cît și coordonatele punctelor de detaliu în coordonate geodezice.

Triangulația geodezică este pentru topografie ceea ce este cimentul pentru beton. Așa cum cimentul leagă toate elementele betonului într-o masă rezistentă, tot așa triangulația geodezică unește toate suprafețele parțiale într-un plan comun și cu o singură orientare. Triangulația geodezică trebuie să fie avangarda tuturor ridicărilor în plan, executate prin orice metodă și în orice scop. Ea este construcția statică pe care se sprijină toate ridicările noi, reambulări, completări, precum și eventuale transcalculări, ce ar fi necesare în cazul unei schimbări a proiecțiunii sau a sistemului de coordonate.

- 9 -

TRIANGULATIA GEODEZICA DE ORDINUL IVDeterminarea poziției unui punct pe elipsoid și
în plan.

Poziția unui punct pe elipsoid se stabilește prin coordonatele sale geografice: latitudinea și longitudinea (fig.1)

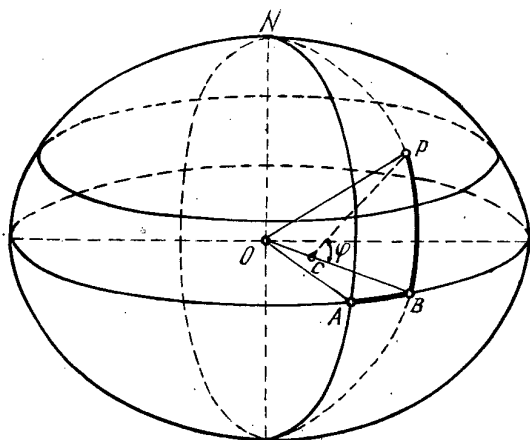


Fig.1

Latitudinea este unghiul format de normala PC cu planul ecuatorului.

Latitudinea poate fi nordică sau sudică, după cum punctul se găsește la nord sau la sud de ecuator.

Longitudinea este lungimea arcului de cerc de la meridianul de origină până la meridianul punctului respectiv, măsurată pe ecuator.

Deosebim trei meridiane de origină: Fero, Paris și Greenwich. Cel mai mult se

folosește meridianul de la Greenwich.

Unui punct de pe elipsoid îi corespunde un anumit punct în planul de proiecție. Pe planul de proiecție se stabilește un sistem de axe a căror origină se fixează aproximativ în centrul suprafeței de ridicat. În proiecția stereografică, ca axa y se ia direcția meridianului punctului de origină, iar ca axa x se ia o direcție perpendiculară pe axa y. În proiecția Gauss-Krüger axele sînt inversate.

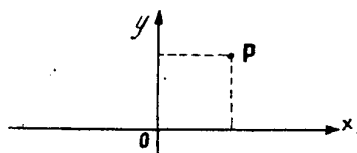


Fig.2

Poziția punctului în planul de proiecție este determinată prin coordonatele rectangulare plane x și y (fig.2).

Suprafețele de ridicat într-un sistem de

- 10 -

coordonate sînt împărțite în diferite feluri, conform proiec-
 țiunii folosite. Această împărțire se face pentru a putea mî-
 nui mai ușor planurile care sînt limitate la anumite dimensiuni
 precum și pentru a putea fi mai ușor păstrate în arhivă.

In proiecțiunea stereografică, împărțirea suprafețe -
 lor ridicate se face astfel:(vezi fig.3)

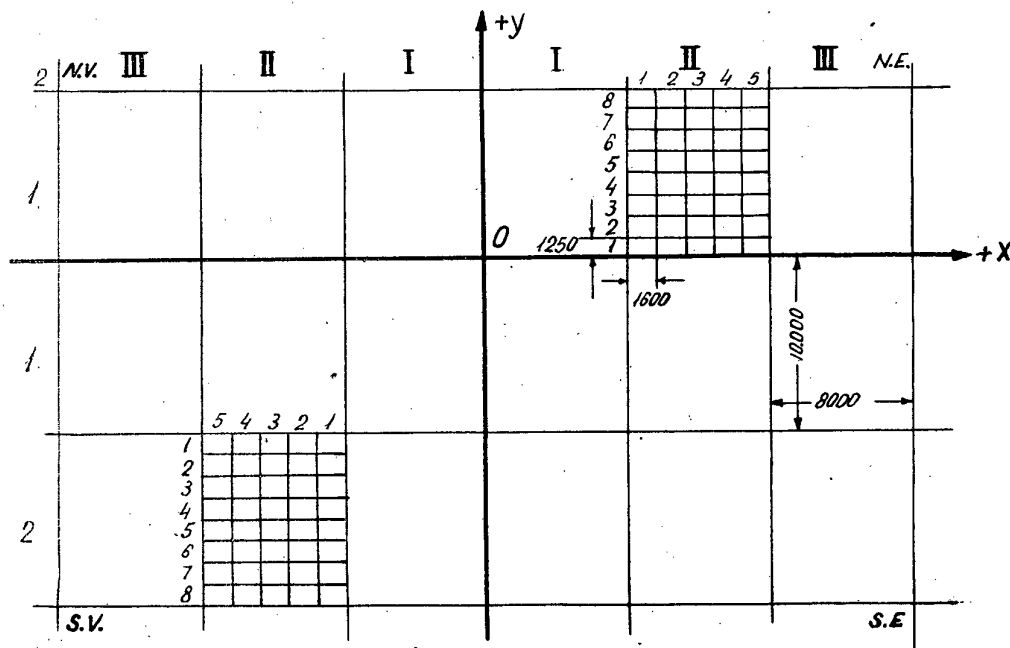


Fig.3

Avînd centrul axelor 0 ca origină, suprafața este împărțită în patru cadrane și anume : NE, SE, SV, și NV. Se duc apoi o serie de linii paralele cu axa y la distanța de 8000 m, iar la axa x la 10.000 m. Prin aceste linii am obținut o serie de dreptunghiuri, denumite secțiuni geodezice sau foi fundamentale.

Prin linii paralele cu axa y se formează coloanele. Acestea se numără începînd de la axa y spre stînga și dreapta cu cifre romane I, II, III etc. Prin linii paralele cu axa x se formează zone, care se numără începînd de la axa x spre nord și spre sud cu cifre arabe, 1, 2, 3 etc. Secțiunile geodezice obținute sînt subdivizate pe direcția x în cinci părți, a câte 1600 m, iar pe direcția y - în 8 părți, a câte 1250 m. Dreptunghiurile obținute cu dimensiunile de 1600x1250 m (=200 ha)

se numesc secțiuni cadastrale. Rezultă din cele de mai sus, că o secțiune geodezică are 40 secțiuni cadastrale sau 8000 ha. Numerotarea secțiunilor cadastrale din interiorul unei secțiuni geodezice se face pe același principiu, arătat, cu singura deosebire că origina lor de la care începe numărătoarea, este, de data aceasta, intersecția liniilor de coloane și zone. Astfel, pe orizontala de la stînga la dreapta sau de la dreapta la stînga, după cum secțiunea geodezică se află respectiv la est sau la vest de axa y, numărătoarea se face cu cifre arabe de la 1 la 5. Pe verticala spre nord sau spre sud de axa x, numărătoarea se face cu cifre arabe, de la 1 la 8(vezi fig.3).

Vechile planuri din Ardeal sînt făcute după următoarea împărțire: prin ducerea de paralele la axa x și y, la distanța de 4000 stînjeni, se obțin o serie de pătrate, numite mile pătrate. Fiecare milă pătrată este subdivizată pe direcția orizontală în patru părți a câte 1000 stînjeni, numerotate totdeauna de la dreapta la stînga cu literele a,b,c și d, iar pe direcția verticală, în cinci părți, a câte 800 stînjeni, numerotate de la nord spre sud cu literele e,f,g,h,i(fig.4).

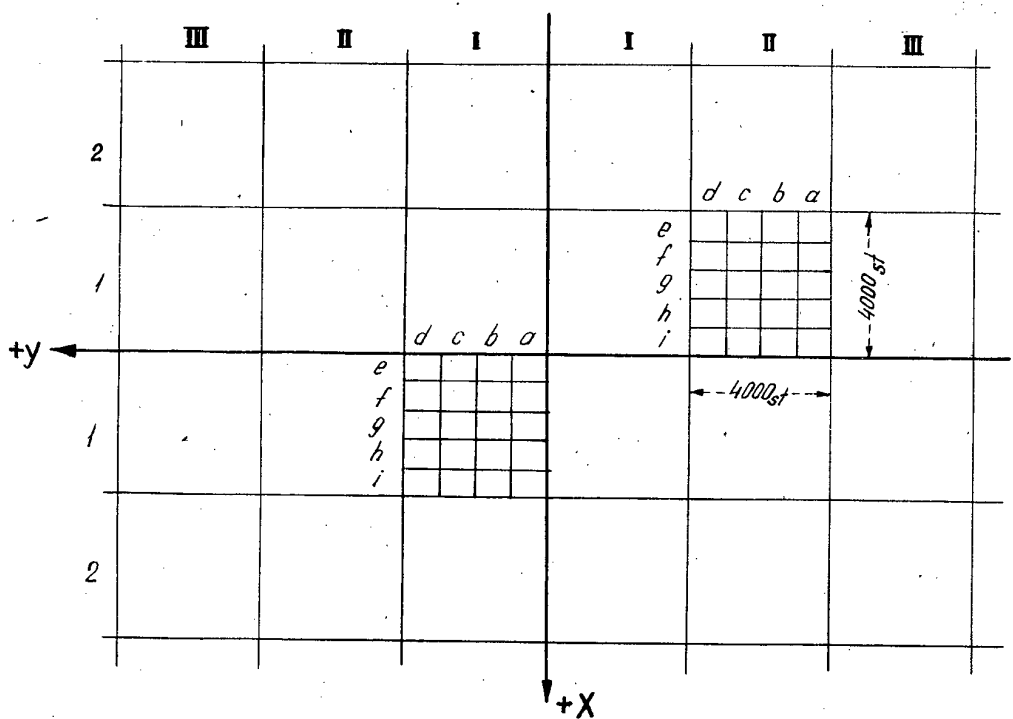


Fig.4

- 12 -

Un dreptunghi cu dimensiunile 1000×800 st. =
= 800.000 st.p.

Un stîngen = $1,8964804$ m.

Un stîngen pătrat = $3,596638$ mp.

Un jugăr = 1600 st.pătrați.

O secțiune cadastrală are deci $800.000 : 1600 =$
= 500 jugăre.

Reducerea coordonatelor la cadrul secțiunii.

Pentru a putea raporta punctele mai ușor, reducem coordonatele lor la cadrul secțiunii.

Exemplu. Avem punctul P cu următoarele coordonate:

$$\begin{aligned} x &= + 83750,28 \text{ m} \\ y &= - 65965,32 \text{ m} \end{aligned}$$

Împărțim $83750,28 : 8000 = 10$; restul de $3750,28$ se împarte la 1600 ; $3750,28 : 1600 = 2$. Rest $550,28$.

La fel împărțim $- 65965,32 : 10.000 = -6$; restul de $5965,32 : 1250 = 4$. Rest $965,32$ m.

Punctul se găsește în cadranul II, adică SE.Coloana XI, zona 7, secțiunea 3/5.

Poziția acestui punct în secțiunea geodezică și în secțiunea cadastrală este cea arătată în fig.5 și 6.

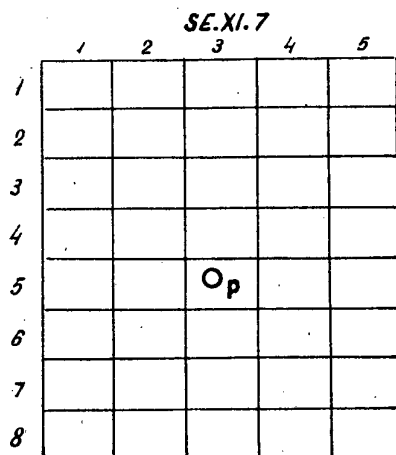


Fig.5

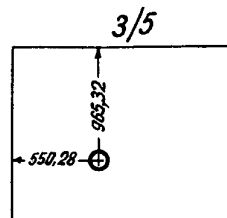


Fig.6

- 13 -

DEZVOLTAREA REȚELEI DE TRIANGULAȚIE
GEODEZICA DE ORDINUL IV

La dezvoltarea rețelei de triangulație de ordinul IV se presupune că punctele geodezice de ordin superior I, II și III sînt deja dezvoltate (determinate).

Aceste puncte se folosesc ca bază pentru rețeaua de ordinul IV. Din această cauză, observăm că există o strînsă legătură între punctele de ordin superior și cele de ordinul IV, cu singura deosebire că la punctele de ordinul IV nu se ia în considerare sfericitatea pămîntului.

Toate aceste puncte, atît cele de ordinul IV cît și cele de ordin superior, formează un sistem de sprijin pentru toate ridicările topografice.

Punctele de ordinul IV se așează la o distanță de circa 1-3 km, unele față de altele, și depind, în general, de lungimea admisibilă a drumurilor, care se dezvoltă între aceste puncte. Menționăm că unele instituții cer ca pe fiecare secțiune cadastrală (200 ha) să se afle cîte un punct, iar altele cer ca la fiecare 100 ha să se fixeze cîte un punct de ordin IV.

Lucrările de triangulație de ordinul IV cuprind următoarele faze:

- 1) Lucrările pregătitoare la birou înainte de plecare pe teren;
- 2) Lucrări pregătitoare în teren;
- 3) Recunoașterea terenului;
- 4) Plantarea semnalelor și bornarea lor;
- 5) Intocmirea planului de observații;
- 6) Staționarea punctelor în vederea măsurării direcțiilor orizontale și a unghiurilor verticale;
- 7) Calculul coordonatelor rectangulare plane;
- 8) Calculul altitudinilor prin nivelment trigonometric;
- 9) Intocmirea întregului dosar pentru arhiva lucrării.

- 14 -

1. Lucrările pregătitoare de birou

În delegația ce se dă inginerului geodez, se arată suprafața de triangulat. Această suprafață este indicată fie prin numărul și numele secțiunii geodezice, fie prin numirea comunelor. În baza acestei delegații, inginerul geodez va cerceta la Secția de triangulație civilă sau la Direcția topografică militară dacă există în vecinătatea acestei suprafețe sau în interiorul ei puncte de triangulație de ordin superior sau de ordin IV, pentru a putea lega triangulația de ordin IV de aceste puncte existente.

Cu această ocazie va cerceta și copia descrierile topografice ale punctelor care conțin toate datele necesare pentru identificarea lor.

Astfel, aici va găsi comuna și raionul în care se află punctul, coordonatele lui, felul bornării în subsol și supra-sol, anul bornării, tarlaua, proprietarul terenului, precum și o schiță detaliată cu situația punctului și indicarea distanțelor de la diferite puncte fixe, căi de comunicație etc. Punctele vechi necesare se raportează apoi pe o schiță la scara 1/50000, pe care se trasează caroiagul secțiunilor geodezice și cadastrale. Tot pe această schiță se delimitează și suprafața de triangulat.

Se mai copiază de pe o hartă, la scara 1/100000, porțiunea de triangulat împreună cu comunele vecine, în scopul de a se putea orienta mai bine în căutarea punctelor vechi, care se găsesc câteodată la depărtări mari de teritoriul care trebuie triangulat. Pe această hartă se vor trasa liniile de zonă, coloană și secțiuni operație care se execută astfel:

Presupunem că s-au identificat pe hartă 1/100000 patru puncte de ordinul superior ale căror coordonate se cunosc:

$$P_1 \begin{cases} x_1 = - 80132,25 \\ y_1 = + 48612,73 \end{cases}$$

$$P_2 \begin{cases} x_2 = - 96238,52 \\ y_2 = + 49682,35 \end{cases}$$

$$P_3 \begin{cases} x_3 = - 96472,25 \\ y_3 = + 38255,12 \end{cases}$$

$$P_4 \begin{cases} x_4 = - 79693,55 \\ y_4 = + 41450,30 \end{cases}$$

- 15 -

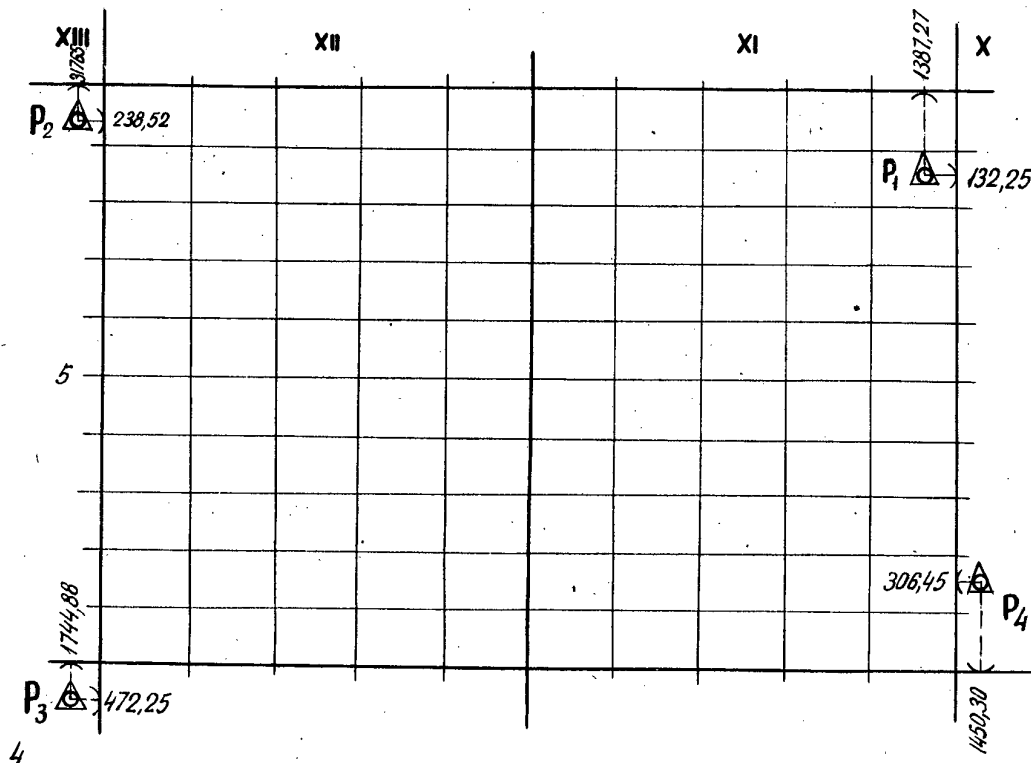


Fig.7

După aceea, considerăm coordonata x a punctului P_1 . Se știe că linia de coloană trece la 80.000. - Pentru a o construi, trebuie să scădem 80000 din 80132,25, rămânând 132,25 m. Această distanță se pune în compas la scara respectivă și, având ca centru punctul P_1 , se duce un arc de cerc spre dreapta punctului P_1 . La fel se procedează cu punctul P_2 . Linia de coloană trece la 96.000 m. Coordonata x_2 , având valoarea 96.238,52, se scade 96.000, iar diferența de 238,52 m se pune în compas, la scara respectivă, și din P_2 ca centru, ducem un arc de cerc. La fel vom stabili liniile de coloană pentru punctele P_3 și P_4 . Ducând o tangentă comună la cele două arce trasate din punctele P_1 și P_4 vom obține linia de coloană de 80.000 m.

La fel ducând tangenta comună la cele două arce de cerc din punctele P_2 și P_3 , vom obține linia de coloană de 96.000 m.

Același procedeu se utilizează pentru obținerea liniilor de zonă. Punctul P_1 , având coordonata $y = + 48612,73$, ob-

- 16 -

servăm că linia de zonă trece la 50.000 m. Diferența între 50.000 și 48.612,73 de 1387,27 m, se pune în compas, la scara planului, și se duce un arc spre nord. La fel ducem din punctul P_2 un arc de cerc la distanța de 317,65 m. Ducând tangența comună la cele două arce, obținem linia de zonă de 50.000 m. În același mod procedăm pentru punctele P_3 și P_4 , obținând astfel linia de zonă de 40.000 m.

Distanța între cele două linii de coloane, de 80.000 și 96.000, trebuie să fie egală cu 16.000 m la scara hărții, și în acest caz cuprinde două coloane. În felul acesta vom obține coloanele XI, XII și zona 5. Dacă distanța de 16.000 m nu corespunde la control, punctele nu sînt bine identificate și se vor folosi alte puncte de pe hartă.

Zonele și coloanele se împart apoi în secțiuni cadastrale, conform celor arătate mai înainte.

Geodezul își va procura și lua cu sine apoi tot utilajul tehnic necesar, ca: teodolit cu trepied, umbrela topografică, planșeta de plantare necesară în special la teren, șes, busolă, ruletă, frînghie și scripete pentru plantarea semnalelor pe arbori, eventual un cort, dacă se lucrează la munte etc.

Avînd executate lucrările pregătitoare și înzeștrat cu tot utilajul necesar, geodezul se va deplasa pe teren. Sosit în localitatea care trebuie să se găsească pe cît posibil în centrul teritoriului de triangulat, se va prezenta la autoritățile administrative locale, arătînd scopul venirii în localitate.

2. Lucrări pregătitoare pe teren.

Geodezul își va procura din depozitul de materiale al administrației respective, pentru care se execută lucrarea, tot materialul necesar pentru plantarea și bornarea punctelor. Acestea sînt: rigle, cu dimensiunile de 8/8 cm sau 8/10 cm sau bile cu $\varnothing = 10 - 12$ cm la bază și lungi de 5-6 m; scînduri cu lățimea de 15-25 cm, grosimea 15-20 mm și lungimea de 3-4 m, cuie, vopsea neagră, var, sîrmă etc.

- 17 -

Riglele sau bilele se vor vărui, iar la vîrf se vor vopsi negru pe o lungime de cca.30 cm. De asemenea se va vopsi tot cu negru o lungime de 1 m la mijlocul semnalului.

Scîndurile destinate pentru fluturi se taie pe lungimi de 75-80 cm și se vor vărui. Tot la lungimea aceasta se vor tăia și scîndurile destinate pentru tocurile (cutiile) semnalelor.

Scîndurile destinate pentru fluturi se taie pe lungimi de 75-80 cm și se vor vărui. Tot la lungimea aceasta se vor tăia și scîndurile destinate pentru tocurile(cutiile)semnalelor.

Scîndurile destinate pentru fluturi se taie pe lungimi de 75-80 cm și se vor vărui. Tot la lungimea aceasta se vor tăia și scîndurile destinate

- 18 -

Riglele sau bilele se vor vărui, iar la vîrf se vor vopsi negru pe o lungime de cca.30 cm. De asemenea se va vopsi tot cu negru o lungime de 1 m la mijlocul semnalului.

Scîndurile destinate pentru fluturi se taie pe lungimi de 75-80 cm și se vor vărui. Tot la lungimea aceasta se vor tăia și scîndurile destinate pentru tocurele(cutiile) semnalelor.

Pe primele două scînduri ale fluturelui fiecărui semnal se va scrie cu vopsea neagră: la stînga inițialele executantului, iar la dreapta, numărul de ordine al punctului.

3. Recunoașterea terenului.

Recunoașterea constă, în primul rînd, în căutarea și identificarea punctelor vechi, din care se vor determina punctele noi. In acest scop, ne vom folosi atît de harta 1/100.000 cît și de descrierile topografice ale acestor puncte.

Cu ajutorul hărții, ne vom îndrepta spre comuna unde se găsește punctul și apoi, cu ajutorul descrierii topografice, vom căuta tarlăua, dealul sau vîrfurile indicate în descriere pentru aflarea punctului.

Sosit la fața locului, se vor putea întîmpla următoarele cazuri:

a) Borna se găsește la locul respectiv. Ne vom convinge dacă borna este identică cu cea din descrierea topografică, unde se indică felul materialului, anul gravat pe bornă, centrul marcat prin cruce sau bulon etc. După ce ne-am convins că punctul este identic, vom planta semnalul excentric într-una din direcțiile cardinale stabilite cu busola. Excentricitatea poate fi pînă la cel mult 50 cm.

b) Borna nu se găsește, fiindcă a fost scoasă sau distrusă de tractoare sau de răuvoitori. In acest caz vom încerca să găsim borna în subsol prin tatonări, dacă locul este marcant. Dacă, totuși nu găsim borna în subsol, ne vom așeza cu teodolitul în locul unde credem că s-a aflat punctul. Vom viza 3 sau mai multe puncte vechi deja plantate înainte, turnuri de bise-

- 19 -

rici sau alte obiecte fixe, cum ar fi paratrăsnete, ale căror coordonate se cunosc. Vom calcula prin retrointersecție coordonatele punctului în care ne-am așezat. Cu ajutorul lor și cu ajutorul coordonatelor punctului căutat, vom calcula orientarea și distanța între aceste două puncte. Vom calcula apoi orientarea laturei formată de punctul în care se găsește teodolitul și un punct oarecare vechi; din diferența celor două orientări scoase din coordonate, vom deduce un unghi; vizăm punctul vechi și, adăugând acest unghi la citirea de pe limb, vom obține direcția pe care se găsește punctul căutat. Pe această direcție vom măsura distanța scoasă din coordonate și vom bate un țaruș. Săpînd o groapă cu centrul în locul acestui țaruș, la o adîncime de 0,80-1 m, va trebui să găsim borna din subsol, dacă retrointersecția a fost bine calculată și dacă punctele vizate au fost bine identificate.

S-ar putea întîmpla însă să nu se găsească borna în subsol. În acest caz, va trebui să decidem dacă acest punct este necondiționat necesar pentru dezvoltarea triangulației și, în caz afirmativ, vom planta pe acest loc un semnal, care se va determina ca punct nou. Vom parcurge apoi suprafața de triangulat, notînd în carnetul de teren și însemnînd pe schița de plantare sau pe hartă locurile unde proiectăm așezarea semnalelor. După plantarea tuturor punctelor vechi, vom trece la faza a 4-a.

4. Plantarea semnalelor și bornelor la punctele noi.

După terminarea recunoașterii, vom trece la plantarea semnalelor. Vom alege cel mai dominant punct din mijlocul suprafeței respective, unde vom așeza semnalul ca punct de frîngere. El se numește "punct de frîngere", fiindcă frînge distanțele între punctele de ordin superior. Acest punct va trebui să aibă cel puțin 4 vize de determinare din puncte vechi pe cît posibil din puncte de ordin superior, avînd cel puțin 50° între ele. Se vor planta apoi treptat celelalte puncte după următoarele principii : fiecare punct trebuie să aibă cel

- 20 -

puțin 4 vize de determinare cu unghiuri minime de 40° între ele; cu ajutorul acestor puncte, trebuie să se poată determina alte puncte noi, cât mai multe, și, în fine, ca aceste puncte să poată fi folosite pentru ridicarea a cât mai multe detalii.

În terenuri acoperite se admit și 3 vize, cu condiția ca toate punctele, vechi și noi, să fie staționate.

Punctele se așează la distanțe de 1-3 km. Unele instituții cer o triangulație mai densă, neadmițând drumuri mai lungi decât 1200 m, cum e cazul la ridicările de orașe, pentru sistematizare.

La plantarea punctelor va trebui să stabilim și pe schiță de plantare, caroiată, în care secțiune cadastrală ne aflăm. În terenuri deluroase sau muntoase se va putea ușor identifica locul unde ne aflăm cu ajutorul copiei de pe harta militară, care a fost și ea caroiată. În teren șes, însă va fi greu de aflat locul unde ne găsim și câteodată chiar imposibil fără un instrument ajutător. De aceea, va trebui să ne folosim de planșeta de plantare. O planșetă se compune după cum se știe din cursul de Topografie din următoarele piese :

- 1) Planșeta care se fixează pe trepied
- 2) Alidada
- 3) Busola sau declinatorul
- 4) Nivela

Alidada se compune dintr-o lunetă și o riglă metalică. Planul vizual al lunetei trece prin marginea riglei metalice (sau sînt paralele (fig.8). Pentru a stabili pe schița de plantare lo-

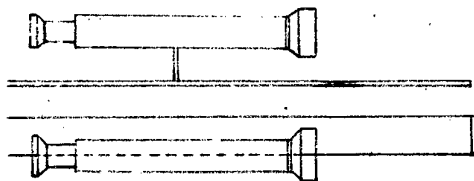


Fig.8

cul unde ne aflăm, așezăm trepiedul cu planșeta pe locul respectiv. Aducem planșeta în poziția orizontală cu ajutorul nivelei și al șuruburilor de calaj. Așezăm apoi busola cu marginea cutiei de-a lungul unei linii verticale de caroiaj și

rotim planșeta pînă ce acul magnetic arată direcția 0-200. Pe schița de plantare se găsesc desenate punctele vechi (fig. 9)

- 21 -

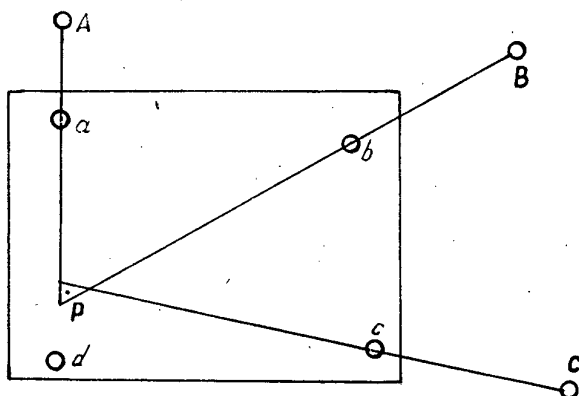


Fig. 9

Se pune apoi alidada cu marginea riglei pe punctul a și se rotește în jurul lui pînă ce la intersecția firelor reticulare apare imaginea punctului A. Se trage apoi linia Aa. La fel se procedează și cu punctul B, trăgîndu-se linia Bb. Cele două drepte se intersectează într-un punct.

Pentru control, se procedează asemănător și cu punctul C. Linia Cc trebuia să treacă prin intersecția celorlalte două linii. De obicei însă, aceasta nu se va întîmpla, ci se va forma un mic triunghi de eroare. Centrul de greutate al acestui triunghi va reprezenta poziția punctului P pe planșetă. Acest triunghi de eroare se formează din cauză că punctele sînt raportate pe schiță cu mici erori și, în al doilea rînd, am orientat planșeta după acul magnetic, pe cînd liniile de caroi aj sînt trase ca paralele la meridianul de origină.

Pentru eliminarea acestui unghi de eroare, care este format de direcția nord a acului magnetic și paralela la meridianul de origină, căruia eronat i se spune unghiul de declinație magnetică, se procedează în modul următor: ne așezăm cu planșeta pe un punct cunoscut, desenat pe planșetă. Așezăm apoi alidada pe dreapta formată de acest punct și un alt punct cunoscut, plantat pe teren. Rotim apoi planșeta pînă ce apare imaginea punctului al doilea între firele reticulare verticale ale lunetei. În acest moment, fixăm planșeta, așezăm busola de-a lungul unei linii de caroi aj și citim la acul magnetic abaterea unghiulară. Această abatere o notăm, și la așezarea planșetei o vom lua în considerare.

Semnalele de ordinul IV se plantează la sol, pe arbori, iar la orașe și pe acoperișul caselor, pe care se construiesc platforme și pilaștri pentru susținerea semnalului.

- 22 -

Semnalele la sol pot fi simple sau sub formă de piramidă. Semnalele simple se fac din rigle drepte cu secțiune pătrată sau dreptunghiulară sau din manele cu diametru de 10-12 cm la bază. Lungimea lor este de 4-6 m și se așează într-o cutie de scânduri, îngropată în pământ, conform schiței alăturate (fig. 10).

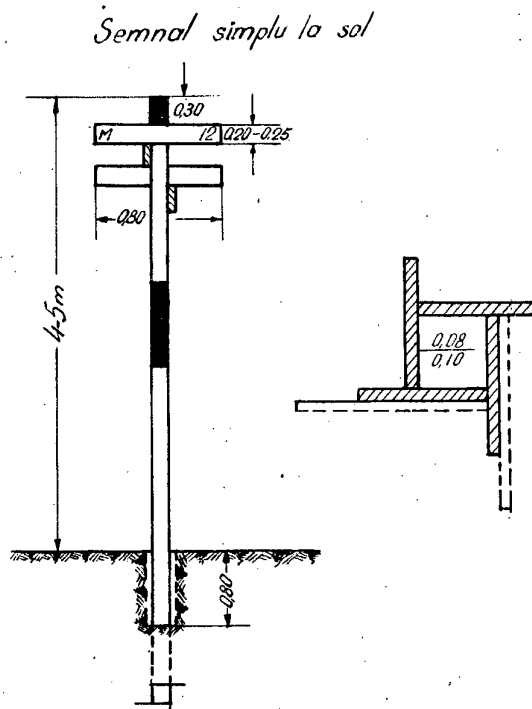


Fig. 10

este la fel ca un semnal simplu la sol, care se prinde de o creangă puternică a unui copac înalt ales mai înainte, după ce s-au asigurat vizele necesare de determinare. El se poate lega și de trunchiul arborelui, ca la brazi și molifți (fig. 11 a). Semnalul se va lega astfel, încât o parte din el, cca. 2 m, să iasă afară peste înălțimea medie a arborilor înconjurători.

La orașe semnalele se construiesc și pe clădiri. În acest scop, se construiesc pilaștri și platforme de staționare pe acoperișul clădirilor. Platforma se va construi, în general, ținând seama de felul acoperișului respectiv.

La observație se scoate semnalul din cutie și aparatul se așează centric, deasupra cutiei. În timpul plantării semnalului se vor înscrie în carnetul de câmp toate vizibilitățile existente între acest punct și toate punctele vechi și noi, deja plantate. Se va face și o descriere topografică detaliată a punctului plantat.

Semnalele pe arbori se folosesc în terenuri acoperite cu păduri sau plantații unde nu se poate determina un punct la sol prin vizele necesare. Semnalul

- 23 -

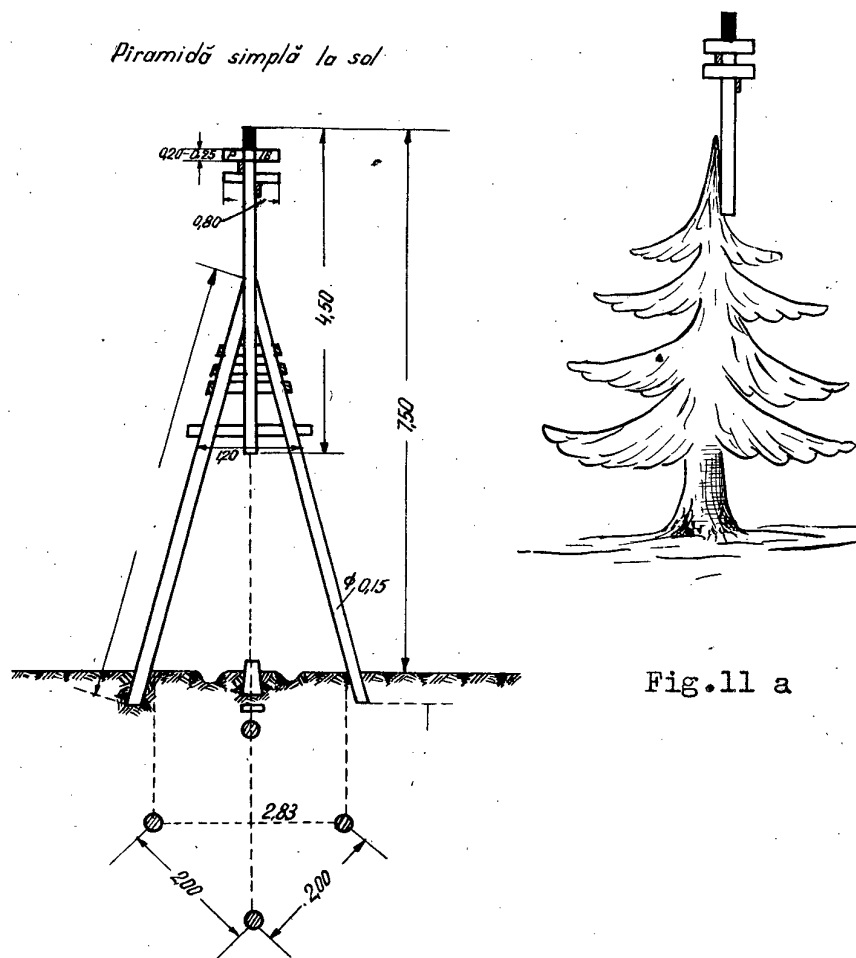


Fig. 11

Alăturat, dăm 2 modele de platforme cu pilastru
și semnal (fig.12 și 12 a).

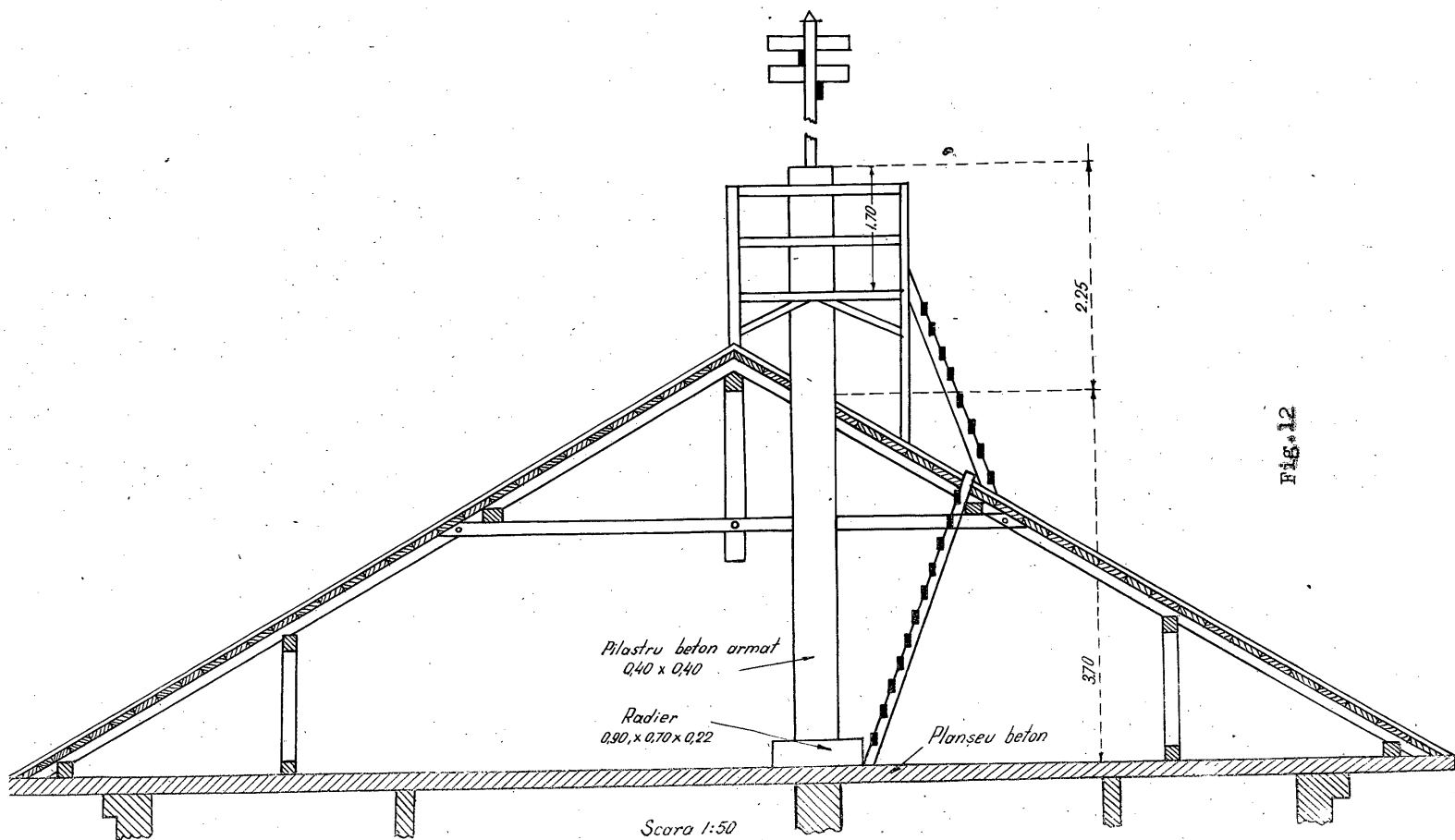
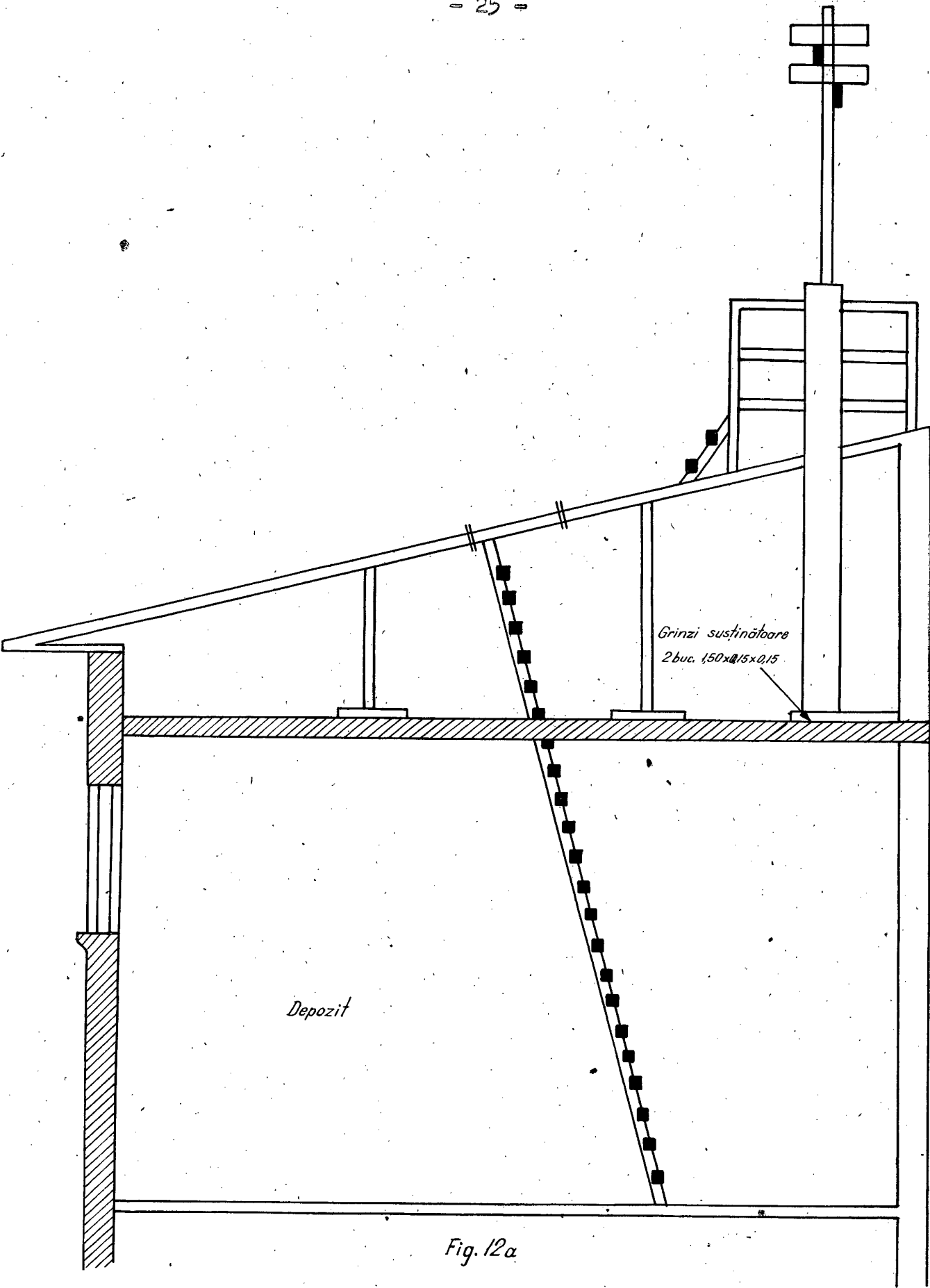


FIG. 12



Bornarea punctelor de ordinul IV

Pentru punctele de ordinul IV, bornarea se face în subsol și suprasol, centric sau excentric. Centrul bornei se marchează printr-un țăruiș. După aceea, în jurul acestuia se bat alți 4 țăruiși cu cuie, la distanța de circa 1 m față de centru, astfel încât două sfori legate cruceș de cuiele lor să se întretaie pe țăruișul care marchează centrul. Se scoate apoi țăruișul central și se sapă o groapă. La o adâncime de 80 cm se așează o cărămidă sau o placă de beton sau o piatră naturală cioplită care are gravată o cruce, ce marchează centrul bornei. Se pune apoi un strat de pământ de cca. 10 cm și apoi un strat semnalizator de cărămidă pisată, zgură etc. și deasupra iar un strat subțire de pământ de câțiva centimetri. Se așează apoi borna astfel ca crucea sau bulonul de pe față ei superioară să se găsească pe verticala crucii cărămizii. Borna este de beton armat sau dintr-o piatră naturală cioplită, care are pe fața superioară o cruce sau un bulon care marchează punctul (fig. 13).

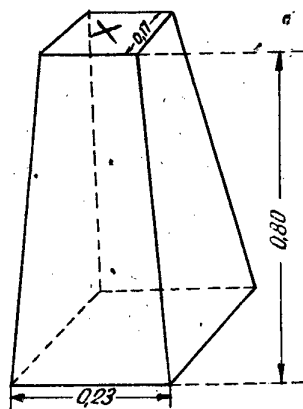


Fig. 13

La piramidele la sol, bornarea se face centric, iar la semnale simple ea se face excentric.

Bornarea excentrică se face pe una din direcțiile cardinale, așezându-se borna la o distanță maximă de 50 cm. La semnalele pe arbori, vârful semnalului proiectat va cadea fie în trunchiul lemnului, fie în afară de el. În primul caz, ea se va face excentric, iar determinarea excentricității se face astfel:

În fig. 14, cercul reprezintă proiecția trunchiului arborelui. Semnalul, legat de o cracă a lui, se proiectează în punctul V. La o distanță oarecare de arbore, ne așezăm cu teodolitul într-un punct S. Pe direcția SV se plantează o bornă B, așezată la o distanță cât

- 27 -

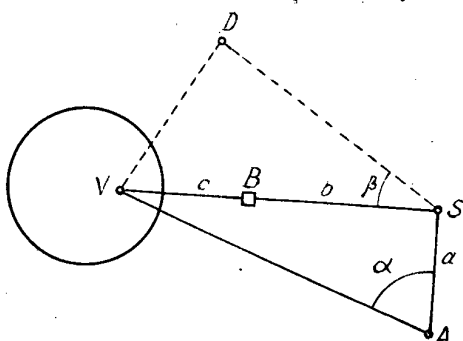


Fig. 14

mai mică de punctul V.

Se măsoară distanța SB, care se notează cu b. Tot din punctul S după ce vizăm punctul V, ducem o perpendiculară pe latura SV pînă în punctul A, ales de noi. Se staționează în A și se măsoară unghiul SAV și distanța SA, care se notează cu a.

În triunghiul VSA avem următoarea relație:

$$\frac{VS}{SA} = \operatorname{tg} \alpha$$

$$VS = SA \operatorname{tg} \alpha = a \operatorname{tg} \alpha$$

$$VS - b = c, \text{ în care } c \text{ este valoarea}$$

rea excentricității căutate.

Pentru a putea obține orientarea laturei VS, punctul S se va alege astfel ca din el să se poată viza unul din punctele de triangulație ale căror coordonate se cunosc. Fie acesta, punctul D. În triunghiul DVS avem: latura DV și VS cunoscută, iar unghiul DSV = β îl măsurăm. În acest caz, prin rezolvarea triunghiului se obține orientarea căutată.

Dacă punctul se găsește pe un acoperiș de casă, el se va bornă excentric, la sol; se vor alege 3 puncte A, B, C (fig. 15), astfel încît ele să formeze cu punctul de pe acoperiș două triunghiuri la care să se poată măsura toate unghiurile.

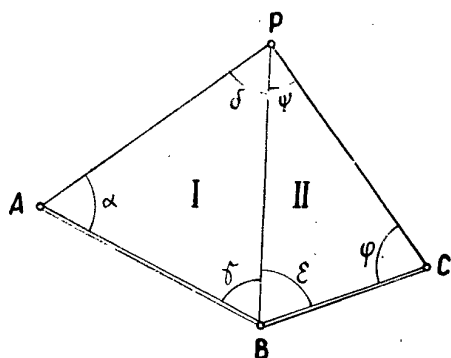


Fig. 15

Se vor staționa toate 4 puncte măsurîndu-se toate cele 6 unghiuri. Din punctul P se vor mai viza cîteva puncte de triangulație pentru a putea orienta una din laturile celor două triunghiuri. Se măsoară distanțele AB și BC. Se rezolvă apoi cele două triunghiuri, calculîndu-se laturile AP, BP și CP prin teo-

- 28 -

rema sinusurilor. Latura PB se obține de două ori, din triunghiul I și din triunghiul II, ceea ce ne dă un control.

Din triunghiul I, avem:

$$\frac{AP}{AB} = \frac{\sin \gamma}{\sin \theta} ; AP = AB \frac{\sin \gamma}{\sin \theta}$$

$$\frac{PB}{AB} = \frac{\sin \alpha}{\sin \theta} ; PB = AB \frac{\sin \alpha}{\sin \theta}$$

Din triunghiul II, avem:

$$\frac{PC}{BC} = \frac{\sin \epsilon}{\sin \psi} ; PC = BC \frac{\sin \epsilon}{\sin \psi}$$

$$\frac{PC}{BC} = \frac{\sin \varphi}{\sin \psi} ; PC = BC \frac{\sin \varphi}{\sin \psi}$$

Având și orientările și lungimile acestor lucrări, din punctul P vom putea calcula coordonatele punctelor A, B, C ca radieri.

5. Intocmirea planului de observații

După terminarea plantării se va întocmi planul de observații. (La plantare s-au notat în carnetul de câmp toate vizibilitățile între toate punctele, atât de ordin superior cât și de ordinul IV.)

Se vor raporta pe o schiță la sc. 1/50.000 toate punctele vechi și noi plantate și se vor trasa cu linii roșii toate vizibilitățile constatate.

În fig. 16, punctele A, B, C, D și E sînt puncte de ordin superior cu coordonate cunoscute. Punctul 125 este un punct vechi de ordin IV cu coordonate date. Cu ajutorul acestor puncte se vor determina coordonatele punctelor noi. În acest scop se va cerceta cum se va determina fiecare punct. De exemplu, punctul de frîngere 1 va fi determinat din punctele de ordin superior A, B, C, D și E. Atît aceste puncte cît și punctul 1 vor fi staționate. Pentru a arăta cum se determină punctul 1, se

- 29 -

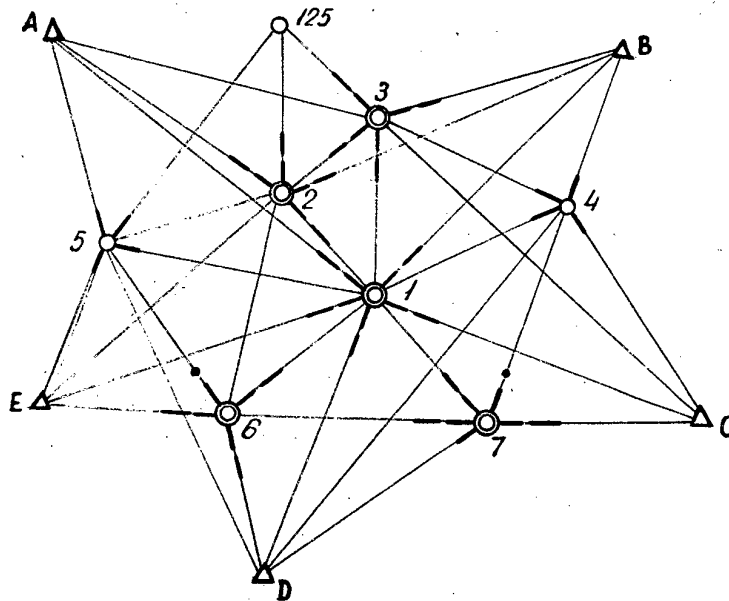


Fig. 16

vor trage peste vizele roșii două liniuțe negre, indicînd astfel că punctul este determinat din vize dus și întors. Dacă un punct este determinat, în afară de vizele dus și întors, și dintr-o viză numai interioară, ca viza de la 7 la 4, atunci se trage la punctul 7 o liniuță neagră cu un punct. Dacă un punct este determinat numai din vize exterioare, ca de exemplu punctul 5 sau 4, se vor trage liniuțe negre la punctul 5 sau 4.

6. Staționarea și observarea punctelor geodezice de ordinul IV.

După ce s-a întocmit planul de observații, prin care s-au stabilit punctele de stație și vizele necesare, trecem la executarea observațiilor.

Teodolitul utilizat trebuie să aibă posibilitate de citire directă a vizelor de la 2 - 10 cc. De preferat sînt teodolitele cu citire directă de 2 cc. Observațiile se pot executa prin măsurători de unghiuri sau direcții. La puncte-

- 30 -

le de ord. IV se măsoară direcțiile, în tur de orizont, în ambele poziții ale lunetei (metoda seriilor). La orașe însă, unde câteodată nu se pot vedea toate punctele cuprinse într-un tur de orizont din cauza ceții, fumului etc., sîntem nevoiți să facem observațiile prin metoda de măsurare a unghiurilor, în toate combinațiile (metoda Schreiber).

A viza un punct însemnează a trece planul vizual prin acest punct. Planul vizual se compune din firul vertical al reticulului și din axa optică a lunetei. Axa optică se compune din punctul de încrucișare a reticulelor și centrul optic al obiectivului. Noi măsurăm de fapt proiecția unghiului din spațiu pe planul orizontal (limb). Planul vizual, ce trece prin punctul A, intersectează limbul după o dreaptă. Noi nu citim pe limb gradăția la această intersecție, ci la reperul a fixat de alidada (microscop). La fel se procedează și la vizarea punctului B. Făcînd diferența citirilor la microscop, la vizarea acestor două puncte, vom obține același unghi ca și cum am citi direct pe linia de intersecție a planului vizual cu limbul (vezi fig. 17)

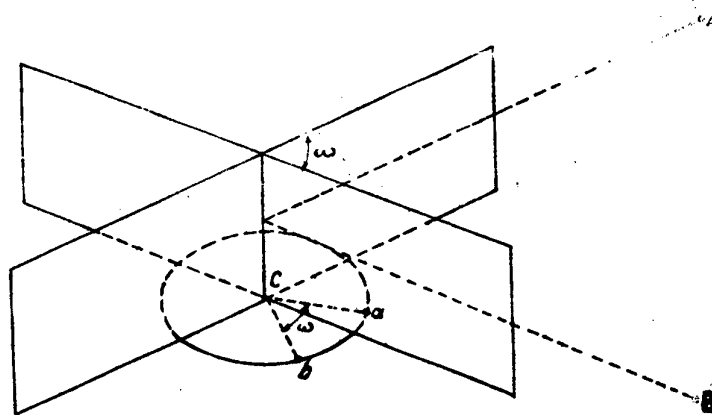


Fig. 17

Înainte de a începe observațiile se va verifica și rectifica (regla) teodolitul. În ordine, se vor rectifica mai întîi nivelele cu bulă de aer, apoi microscopalele (în cazul aparatelor fără citire centrală) și apoi axele lui.

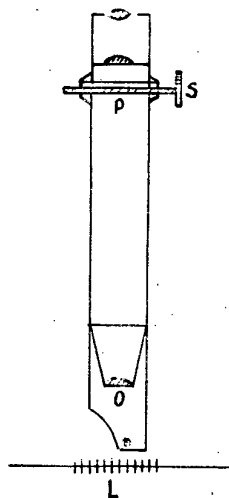
I. Rectificarea microscopului.

Fig. 18

În figura 18 se vede un microscop avînd tambur S, care la rotire mișcă firele reticulare în planul P, unde apare imaginea gradației limbului L. O este obiectivul.

Fie fig. 19, în care:

i este imaginea unui interval al gradației limbului sau distanța pe care o parcurge firul microscopului la o rotire completă a tamburului S din fig. 18.

D este distanța între imagine și obiectiv, iar d = depărtarea obiectivului de la cercul gradat. Distanța focală a obiectivului este f.

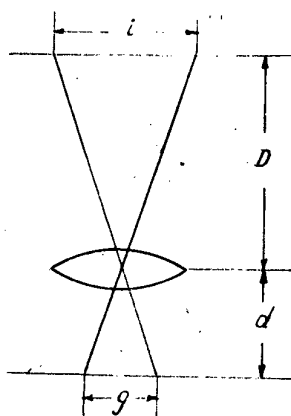


Fig. 19

Cu aceste elemente formăm următoarele ecuații

$$\frac{1}{D} + \frac{1}{d} = \frac{1}{f} ; \frac{i}{D} = \frac{g}{d} \quad (1)$$

Calculăm din aceste ecuații pe D și d

$$\frac{f}{D} + \frac{f}{d} = 1; Df + df = Dd; d = \frac{gD}{i}$$

$$Df + \frac{gD}{i}f = \frac{D^2g}{i}$$

simplificînd cu D, obținem:

$$\left. \begin{aligned} f + \frac{gf}{i} &= \frac{D \cdot g}{i} \\ D &= f \frac{i}{g} + f \\ d &= f \frac{g}{i} + f \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Ecuațiile (2) sînt valabile pentru un microscop rectificat. Presupunem că microscopul n-ar fi rectificat. Atunci vom avea în locul valorilor D, d și i valorile D', d' și i'. In

- 32 -

acest caz, vom avea următoarele ecuații:

$$D' = f \frac{i'}{g} + f ; d' = f \frac{g}{i'} + f \quad (3)$$

Din ecuațiile 2 și 3 deducem : prin scădere

$$\left. \begin{aligned} D - D' &= f \left(\frac{i}{g} - \frac{i'}{g} \right) = f \frac{i}{g} \left(1 - \frac{i'}{i} \right) \\ d - d' &= f \left(\frac{g}{i} - \frac{g}{i'} \right) = - \frac{fg}{i'} \left(1 - \frac{i'}{i} \right) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$\text{Din ecuația (1) obținem } f = \frac{D \cdot d}{D + d} ; \frac{i}{g} = \frac{D}{d}$$

substituind în ecuațiile (4) aceste valori din (1) și înlocuind pe i' înaintea parantezei din ecuația a doua din (4) cu i , avem:

$$D - D' = \frac{D^2}{D + d} \left(1 - \frac{i'}{i} \right); d - d' = - \frac{d^2}{D + d} \left(1 - \frac{i'}{i} \right) \quad (5)$$

Adunând ecuațiile din (5), obținem:

$$\begin{aligned} (D - D') + (d - d') &= (D + d) - (D' + d') = \frac{D^2 - d^2}{D + d} \left(1 - \frac{i'}{i} \right) = \\ &= (D - d) \left(1 - \frac{i'}{i} \right) \end{aligned} \quad (6)$$

Exemplu numeric :

Presupunem că la parcurgerea unui interval de către firul vertical al microscopului, pe tamburul șurubului s-a citit $5^{\circ}15^{\text{cc}}$ în loc de 5° . Vom avea :

$$\frac{i'}{i} = \frac{515^{\text{cc}}}{500^{\text{cc}}} = 1,03 ; 1 - \frac{i'}{i} = - 0,03$$

S-au măsurat distanțele D și d : $D = 85 \text{ mm}$; $d = 45 \text{ mm}$.

$$D + d = 130 \text{ mm}$$

$$D - d = 40 \text{ mm}$$

Se calculează apoi din ecuația (5).

$$D - D' = \frac{7225}{130} \cdot (- 0,03) = - 1,667 \text{ mm}$$

$$d - d' = - \frac{2025}{130} \cdot (- 0,03) = + 0,467 \text{ mm}$$

- 33 -

$$D - D' = - 1,67 \text{ mm}$$

$$D = D' - 1,67 \text{ mm}$$

Aceasta înseamnă că trebuie să mișcăm obiectivul în interiorul microscopului cu 1,67 mm și apoi trebuie să mai mișcăm întregul microscop cu $- 1,67 + 0,47 = - 1,20 \text{ mm}$ în jos.

II. Verificarea și rectificarea axelor.

Un teodolit trebuie să îndeplinească următoarele condiții :

- a) Axa verticală să fie perpendiculară pe limb
- b) Axa verticală să treacă prin centrul limbului
- c) Planul vizual să treacă prin axa verticală
- d) Axa optică (sau vizuală) să fie perpendiculară pe axa orizontală.
- e) Axa orizontală să fie perpendiculară pe axa verticală.

Să analizăm aceste condiții :

a) Dacă axa verticală nu este perpendiculară pe limb, teodolitul se respinge la recepție, fiindcă este o greșeală de construcție.

b) Dacă axa verticală nu trece prin centrul limbului, avem o excentricitate a alidadei, deoarece gradația are centrul în O și nu în E (vezi fig.20). În acest caz, în loc să

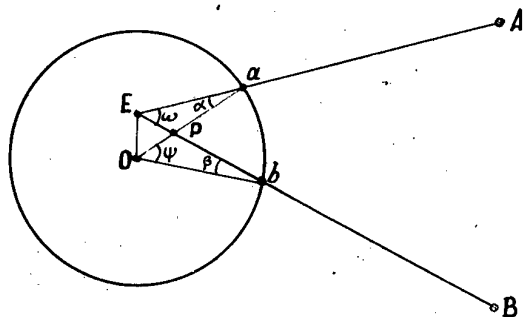


Fig.20

citim unghiul ω , am citit unghiul ψ . Dintriunghiurile EPa și OPb avem:

$$\omega + \alpha = \psi + \beta$$

$$\omega - \psi = \beta - \alpha$$

$$\omega - \psi \text{ este tot mai}$$

eroarea datorită excentricității alidadei.

Din fig.21 se vede că:

$$\omega = u + v; \quad u = \frac{\psi_1}{2}; \quad v = \frac{\psi_2}{2};$$

$$w = \frac{\psi_1}{2} + \frac{\psi_2}{2} \quad \frac{\psi_1}{2} = \frac{b_1 - a_1}{2};$$

$$\frac{\psi_2}{2} = \frac{b_2 - a_2}{2}$$

$$\frac{b_1 - a_1}{2} + \frac{b_2 - a_2}{2} = \frac{b_1 + b_2}{2} - \frac{a_1 + a_2}{2}$$

tricitate a alidadei.

[illegible]

In fig. 22 , L este centrul limbului: A este punctul de rotație a alidadei; A I și A II, cele două brațe ale alidadei, care nu se găsesc la 200^g unul de altul. A'A" este linia care trece prin centrul limbului și prin punctul de rotație. A I este o poziție oarecare a brațului alidadei, care formează cu linia A'A" un unghi. Unghiul ϵ este diferența celor două raze L I și L B față de

2008.

200³.
 Din $\triangle IAB$ avem: $\frac{\sin \frac{\xi}{2}}{e} = \frac{\sin \varphi}{r}$; $\sin \frac{\xi}{2} = \frac{e}{r} \sin \varphi$

= 35 =

sau $\epsilon^{cc} = \frac{2e}{r} \rho^{cc} \sin \varphi \quad (1)$

Notăm $\frac{2e}{r} \rho^{cc} = \epsilon m$; atunci $\epsilon^{cc} = \epsilon m \sin \varphi$ (2). Dacă $\varphi = 100^\circ$ atunci $\epsilon = \epsilon m$ (valoare maximă), adică alidada este perpendiculară pe linia care leagă centrul limbului cu punctul de rotație al alidadei. Valoarea d cu care diferă unghiul format de cele două brațe (microscopae) de 200° se obține din : $d = II - I - 200^\circ = \partial + \epsilon$ (3); ∂ este constant, iar ϵ variabil conform ecuației (2). Insemnăm cu d_1 valoarea corespunzătoare unui unghi φ și cu d_2 valoarea pentru unghiul $\varphi \pm 200^\circ$ vom obține :

$$\left. \begin{aligned} d_1 &= \partial + \epsilon m \sin \varphi = \partial + \epsilon \\ d_2 &= \partial + \epsilon m \sin(\varphi \pm 200^\circ) = - \sin \varphi \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$\frac{d_1 + d_2}{2} = \partial ; \quad \frac{d_1 - d_2}{2} = \epsilon = \epsilon m \sin \varphi \quad (5)$$

Practic, procedăm astfel : citim la un unghi oarecare ambele microscopae. Diferența între ele minus 200 ne dă d_1 ; punem apoi alidada la $\varphi + 200$, citim la ambele microscopae, formăm iar diferența - 200 și avem d_2 ; pentru determinarea lui ∂ sînt suficiente cele 2 valori d_1 și d_2 . Pentru determinarea lui "e", vom lua încă două valori d'_1 și d'_2 , pentru care alidada se află în poziție perpendiculară față de prima, și vom obține:

$$\begin{aligned} \frac{d'_1 + d'_2}{2} &= \partial ; \quad \frac{d'_1 - d'_2}{2} = \epsilon' = \epsilon m \sin (100 + \varphi) = \\ &= \frac{d'_1 + d'_2}{2} \epsilon m \cos \varphi \end{aligned} \quad (6)$$

Din ecuațiile (5) și (6) calculăm valorile lui ∂ și ϵm . Cu ajutorul ecuației (2) obținem valoarea ϵ și e :

$$\epsilon m = \frac{2e}{r} \rho^{cc} \quad \text{și} \quad e = \frac{r \epsilon m}{2 \rho^{cc}}$$

c) Planul vizual să treacă prin centrul limbului.

Dacă nu trece, avem eroarea de excentricitate a planului vizual.

- 36 -

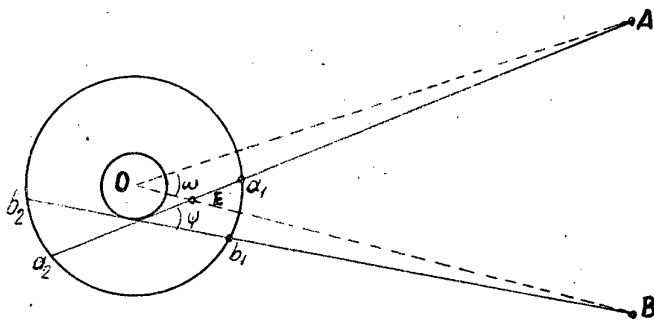


Fig. 23

In fig. 23 O este centrul limbului, A și B sînt punctele vizate. Planul vizual, netre - cînd prin O, se rotește în jurul lui. Se vede din această figură că

$$\omega + A = \psi + B$$

$$\omega - \psi = B - A$$

$\Delta\omega = \omega - \psi$ este tocmai e-

roarea datorită excentricității planului vizual.

Citind la vizarea punctului A valorile a_1 și a_2 , și la vizarea punctului B valorile b_1 și b_2 , vom avea pentru ψ (unghiul măsurat)

$$\psi = \frac{b_1 + b_2}{2} - \frac{a_1 + a_2}{2}$$

Eliminarea eroarei de excentricitate a planului vizual.

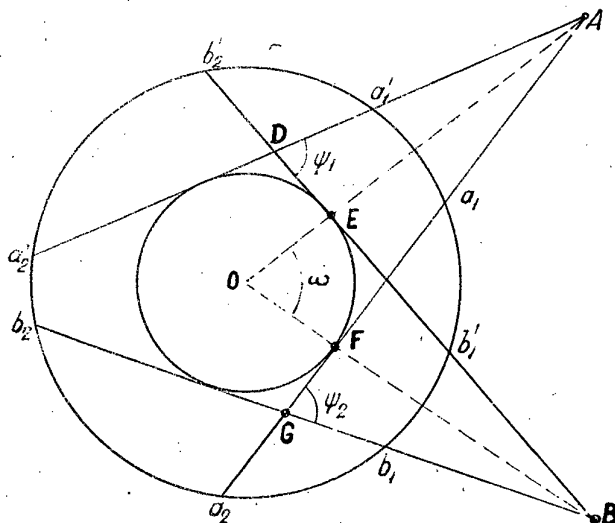


Fig. 24

Se vizează mai în tîi în poziția I a lunetei punctele A și B, obținînd citirile la ambele microscopice a_1, a_2 și b_1, b_2 . Se dă apoi luneta peste cap, se rotește alidada cu 200° și se vizează în poziția II din nou punctul B și apoi punctul A, obținîndu-se citirile b'_1, b'_2 și a'_1, a'_2 . Din triunghiurile DEA și OEB (fig 24) avem:

- 37 -

$$\psi_1 + \frac{A}{2} = \omega + \frac{B}{2}$$

În $\triangle OFA$ și $\triangle GFB$ avem:

$$\psi_2 + \frac{B}{2} = \omega + \frac{A}{2}$$

de unde rezultă

$$\begin{aligned}\psi_1 + \psi_2 &= 2\omega \\ \omega &= \frac{\psi_1 + \psi_2}{2}\end{aligned}$$

Dar

$$\psi_1 = \frac{b'_1 + b'_2}{2} - \frac{a'_1 + a'_2}{2}; \quad \psi_2 = \frac{b_1 + b_2}{2} - \frac{a_1 + a_2}{2}$$

și înlocuind în relația de mai sus, obținem

$$\frac{\psi_1 + \psi_2}{2} = \frac{\frac{b_1 + b_2}{2} + \frac{b'_1 + b'_2}{2} - \frac{(a_1 + a_2) + (a'_1 + a'_2)}{2}}{2}$$

Practic procedăm astfel:

Se vizează punctul A, se citește la ambele microscopae și se ia media lor; la fel și pentru punctul B. Se dă apoi luneta peste cap, se vizează punctul B, se citește la ambele microscopae și se ia media lor; se vizează după aceea punctul A în același fel. Se face apoi media mediilor din punctele A și B scăzând din media mediilor din B media mediilor din A, vom avea unghiul ω .

d. Axa optică să fie perpendiculară pe axa orizontală.

Axa optică este determinată de punctul de încrucișare a firelor reticulare și centrul optic al obiectivului. Dacă această perpendicularitate nu există, aparatul are o eroare de colimație. Ea se constată în modul următor :

- 38 -

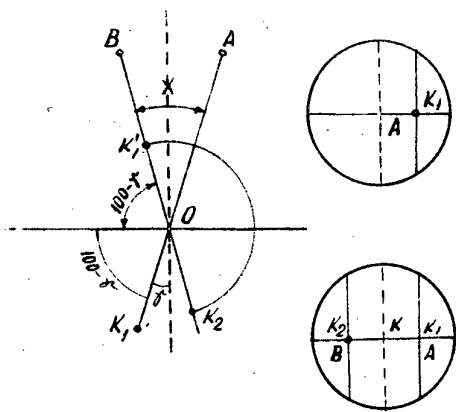


Fig. 25

Vizăm un punct îndepărtat A pe cât posibil la înălțimea aparatului, astfel ca imaginea lui să apară la punctul de încrucișare a reticulelor în K_1 . Dăm luneta peste cap și rotim alidada astfel ca la același microscop să avem citirea de mai înainte $\pm 200^S$. Punctul de încrucișare a reticulelor va apare în K_2 , dacă cele două axe nu sînt perpendiculare vom vedea punctul B în loc de

A. Din figura 25 se vede că:

$$100 - \gamma + 100 - \gamma + x = 200$$

$$x = 2\gamma \quad \gamma = \frac{x}{2}$$

Dacă unghiul format de cele două axe este $100 - \gamma$, vom obține pentru unghiul BOA valoarea 2γ , care este dublul erorii de colimație. Jumătate din acest unghi îl vom elimina cu ajutorul șuruburilor orizontale de rectificare a firelor reticulare s_1 și s_2 din fig. 26. În acest fel, cele două axe vor fi

perpendiculare și punctul de încrucișare a reticulelor va fi în punctul K.

Practic se procedează în modul următor :

Se vizează un punct P și se citește la un microscop; se dă luneta peste cap, se vizează din nou același punct și se citește la același microscop. Dacă citirea diferă numai cu 200^S , atunci

axele sînt perpendiculare; dacă nu, vom forma media celor două citiri și vom pune microscopul la această medie. Dacă ne uităm

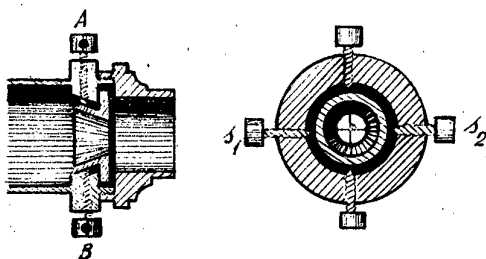


Fig. 26

- 39 -

în lunetă, punctul P nu va mai apare pe încrucișarea firelor reticulare. Il vom aduce cu ajutorul șuruburilor orizontale de rectificare s_1 și s_2 la punctul de încrucișare a firelor reticulare, desfăcînd mai întîi șurubul în sensul în care vrem să deplasăm diafragma și strîngînd celălalt șurub. Se va face apoi un control prin repetarea operațiunei anterioare.

Influența erorii de colimație asupra citirilor.

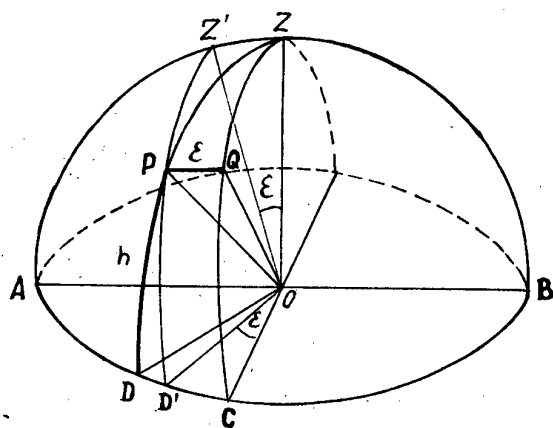


Fig.27

În fig.27 s-a desenat o sferă $AZ'B$ cu o rază oarecare. Centrul sferei este în O , unde se intersectează cele trei axe, axa orizontală, verticală și axa vizuală. Cercul $ADD'CB$ reprezintă limbul ridicat pînă la axa orizontală AB . Dreptele OZ' , OP și OD reprezintă trei poziții ale axei vizuale în poziție eronată. Ele formează unghiurile $ZOZ' = QOP = COD = \epsilon$ cu pozi-

țiile juste ale axei vizuale OZ , OQ și OC . Rotînd luneta în jurul axei orizontale, axa vizuală descrie un cerc $Z'PD'$ paralel cu cercul ZQC , care s-ar descrie dacă axa vizuală ar fi perpendiculară pe axa orizontală. Se vizează un punct P , a cărui înălțime este $h = DOP$. Dacă poziția axei vizuale ar fi corectă, planul ZQC , care este perpendicular pe axa orizontală, ar coincide cu planul ZPD . Din cauza erorii ϵ , planul ZQC trebuie să fie rotit cu unghiul COD . Unghiul acesta reprezintă influența erorii de colimație. PQ este un arc de cer mare, care trece prin A , P și B intersectînd cercul ZC după un unghi drept, fiindcă axa AB , prin care trece acest cerc, este perpendiculară pe cercul ZQC .

În fig. 28 s-a desenat triunghiul sferic PQZ , din care rezultă :

- 40 -

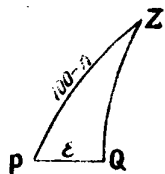


Fig. 28

$$\frac{\sin Z}{\sin \epsilon} = \frac{1}{\sin(100-h)} ; \sin \epsilon = \sin Z \cosh$$

$$\epsilon = Z \cos h$$

$$Z = \frac{\epsilon}{\cos h}$$

Z este influența erorii de colimație. Se vede că cu cât unghiul h, adică înălțimea axei vizuale este mai mare, cu atât mai mare devine influența erorii de colimație. Dacă $h = 0$, atunci influența erorii de colimație este egală cu eroarea de colimație.

e. Axa orizontală să fie perpendiculară pe axa verticală.

Această verificare se face : 1) cu ajutorul nivelei călărețe, 2) cu firul cu plumb sau 3) prin proiecția pe o gradatie orizontală a unui punct vizat.

1) Se așează nivela călăreată rectificată pe axa orizontală a teodolitului, se rotește apoi alidada pînă ce axa vine în direcția a două șuruburi de calaj și se aduce bula nivelei călărețe între repere. Directricea TT_1 a libelei este paralelă la axa orizontală $y - y_1$. Dacă axele nu sînt perpendiculare, ele vor forma un unghi $100-\gamma$, în care γ este unghiul format de axa verticală cu verticala locului. Rotind alidada cu 200^g , axa orizontală va veni în poziția $y' - y'_1$. Din figura 29 se vede că

$$100 - \gamma + 100 - \gamma + x = 200^g ; 2\gamma = x \text{ și } \gamma = \frac{x}{2}$$

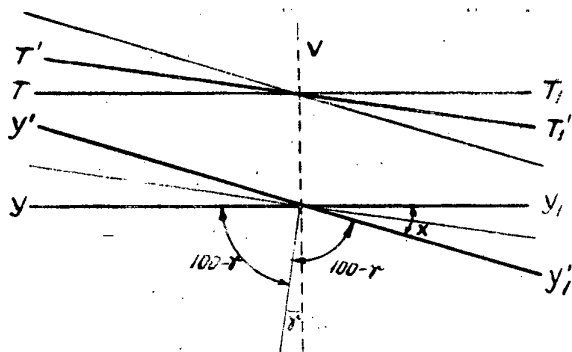


Fig. 29

Bula nivelei va abate cu valoarea x ; jumătate din această abatere o vom elimina cu ajutorul șuruburilor de rectificare a furcii axei (vezi fig. 30). Prin aceasta, cele două axe au devenit perpendiculare. Pentru a aduce însă axa și cu

The image contains four technical drawings of a mechanical component, labeled a, b, c, and d. Each drawing shows a different view of the component, which has a central circular feature and various mounting points.

- a**: A side view of the component, showing a central circular feature with a cross-hatched pattern. The component is mounted on a base with two vertical supports. The top of the component has a horizontal slot.
- b**: A top view of the component, showing a central circular feature with a cross-hatched pattern. The component is mounted on a base with two vertical supports. The top of the component has a horizontal slot.
- c**: A side view of the component, showing a central circular feature with a cross-hatched pattern. The component is mounted on a base with two vertical supports. The top of the component has a horizontal slot.
- d**: A top view of the component, showing a central circular feature with a cross-hatched pattern. The component is mounted on a base with two vertical supports. The top of the component has a horizontal slot.

2) Rectificarea acesteia se poate face și cu un fir cu plumb. Plumbul se pune într-un vas cu apă sau ulei, ca firul să nu oscileze. Se vizează firul și se așează punctul de încrucișare a firelor reticulare pe firul cu plumb. Se rotește luneta în sus și în jos și dacă punctul rămîne pe firul cu plumb, cele două axe sînt perpen-

Dacă punctul se proiectează însă la P' înseamnă că axele nu sînt perpendiculare. Pentru rectificare se va

- 42 -

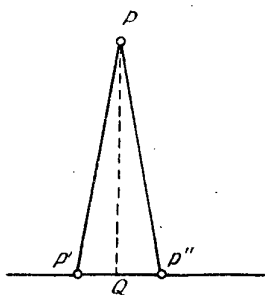


Fig. 30 a

Influența erorii de neperpendicularitate a
axei orizontale pe axa verticală, asupra citirilor
pe limb.

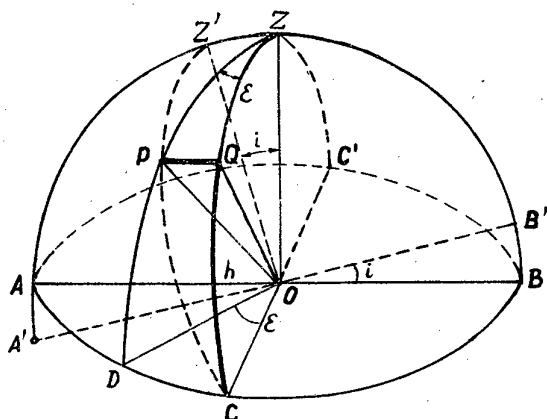


Fig. 31

Considerăm fig. 31, în care: AB este axa orizontală perpendiculară pe axa verticală. A'B' este poziția eronată a axei orizontale înclinată cu unghiul i față de poziția orizontală. Rotind luneta, axa vizuală se mișcă în planul CPZ' în loc de a se mișca în planul CQZ.

Vizîndu-se punctul P, acesta se proiectează ero-

nat în punctul C în loc de a se proiecta de la Z în punctul D.

Unghiul COD este egal ϵ , reprezintă eroarea de proiectare a punctului P. Acest unghi este identic cu unghiul PZQ. Unghiul PCQ este i . În fig. 32 avem:

$$h = CQ$$

$$QZ = 100 - h$$

$$\frac{\sin PQ}{\sin \epsilon} = \sin (100-h); \quad \sin PQ = \sin \epsilon \cos h$$

$$PQ = \epsilon \cos h. \quad (1)$$

- 43 -

Din triunghiul PQC avem:

$$\frac{\sin PQ}{\sin i} = \sin h; PQ = i \sin h.. \quad 2)$$

$$\xi \cos h = i \sin h$$

$$\xi = i \operatorname{tg} h$$

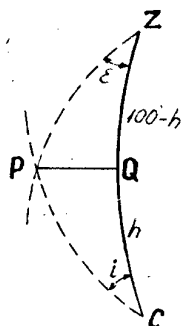


Fig. 32

Se vede deci că influența acestei erori instrumentale asupra citirii depinde de altitudinea punctului vizat.

Executarea observațiilor la punctele geodezice de ord. IV.

Observația (vizarea) punctelor geodezice de ord. IV se face în tururi de orizont, în ambele poziții ale lunetei (serii). Se pornește de la un punct bine vizibil îndepărtat și se vizează apoi punct după punct, rotind alidada în sensul acelor unui ceasornic, până ce ajungem la punctul de plecare. Turul de orizont va trebui să se închidă până la eroarea maximă admisibilă dată de relația:

$$e^{cc} = c^{cc} \sqrt{n} \quad c = 6^{cc} \text{ (la punctele de ord. IV)}$$

în care n este numărul vizelor. Se dă apoi luneta peste cap, se întoarce alidada cu 200^g și începem să vizăm toate punctele, din nou, rotind alidada în sens invers acelor unui ceasornic, până se ajunge iar la punctul de pornire, controlând din nou eroarea de închidere. Într-un tur de orizont nu se permit mai mult decât douăzeci vize, iar la orașe nu se admit mai mult decât zece vize. Dacă dintr-un punct avem de vizat mai mult decât douăzeci, respectiv 10 puncte, le vom împărți în două sau mai multe grupuri, legând un grup de celălalt cu 2-3 puncte comune. În cazul când avem vize lungi de determinare, se recomandă 2 reiterații, iar la orașe, 3 reinterații. La orașe vom fi și liți câteodată să ne folosim de metoda Schreiber din cauza fu-

- 44 -

mului și a ceții, care nu permit vizarea mai multor puncte într-un tur de orizont. Trebuie să avem în vedere ca în fiecare tur de orizont să existe cel puțin 2-3 vize lungi, pentru orientarea stației. Acestea nu vor putea fi mai scurte decât vizele de determinare ale punctelor din stația respectivă. În decursul unei observații nu se permite rotirea alidadei în diferite sensuri. Observația începută într-un sens trebuie să se continue până la închiderea turului de orizont. Dacă se omite o viză, se va face un tur de orizont aparte, legându-se această viză de două puncte din turul de orizont anterior. Pentru evitarea omisiunilor sau întoarcerii alidadei în diferite sensuri la căutarea punctelor la distanțe mari, se recomandă a se nota mai întâi în carnet, la fiecare punct de vizat, gradele și zecile de minute, ceea ce este suficient pentru ca punctul să apară în câmpul vizual al lunetei. Punând apoi luneta la gradația respectivă, se vor citi minutele și secunde, bineînțeles, după ce se va face punctarea în mod îngrijit. Ne vom îngriji ca luminarea cercului gradat să fie constantă; la teodolite cu citire centralizată, nu vom schimba poziția prizmei sau oglinzii care luminează gradațiile. La executarea unei noi reiterații se va putea pune din nou între repere bula de aer a cercului orizontal și se va putea, eventual, schimba iluminarea gradației după terminarea unui tur de orizont în ambele poziții ale lunetei.

La executarea observațiilor, va trebui să ținem cont de timpul când ele trebuiesc făcute. Soarele încălzește pământul și straturile de aer de la suprafața pământului, încălzindu-se, se ridică în sus, iar altele mai reci le iau locul. Straturile atmosferice, având diferite densități, razele vizuale se refractează atât în planul vertical cât și lateral. Dimineata, refracția verticală este mai mare decât cea laterală. Razele vizuale aflându-se în planul vertical, pentru măsurarea unghiurilor orizontale refracția lor în acest plan nu influențează rezultatul măsurărilor. La amiază, când refracția laterală este mai mare decât cea verticală, vom măsura unghiurile verticale. Vom măsura deci unghiurile orizontale dimineata și către seară, iar ce-

- 45 -

le verticale în timpul amiezii, de la 10 - 16.

În timpul observațiilor se întâmplă câteodată că din cauza unui obstacol (picior de piramidă, arbore etc.) nu se pot viza unul sau mai multe puncte. Vom face pentru aceste puncte o stație excentrică. Aceste vize vor trebui apoi să fie aduse la centru prin operațiunea de centrare a vizelor.

Centrarea vizelor.

Această operațiune se poate face asupra unghiurilor sau asupra direcțiilor.

a) Centrarea unghiurilor

1. Trebuie măsurat unghiul $ACB = \omega$ (fig.33). Din cauza unor obstacole sîntem nevoiți să ne așezăm în punctul S, excentric.

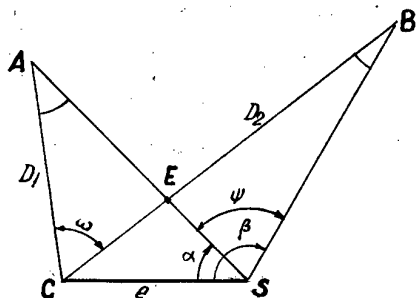


Fig.33

Vizăm mai întâi punctul C, apoi A și B, obținînd unghiurile α și β .

$$\beta - \alpha = \psi$$

Din $\triangle CEA$ și $\triangle SEB$ avem: $\omega + A = \psi + B$

$$\Delta\omega = \omega - \psi = B - A \quad (1)$$

$$\Delta\omega^{cc} = B^{cc} - A^{cc}$$

Din figură reiese:

$$\frac{D_1}{e} = \frac{\sin \alpha}{\sin A} \quad \text{și} \quad \frac{D_2}{e} = \frac{\sin \beta}{\sin B}$$

$$\sin A = \frac{e}{D_1} \sin \alpha \quad \text{și}$$

$$\sin B = \frac{e}{D_2} \sin \beta$$

Pentru unghiuri mici putem înlocui sinusul cu arcul.

$$A^{cc} = \frac{e}{D_1} \cdot \rho^{cc} \sin \alpha; \quad B^{cc} = \frac{e}{D_2} \rho^{cc} \sin \beta \quad (3)$$

- 46 -

$$\Delta \omega^{cc} = \frac{e}{D_2} \cdot \rho^{cc} \sin \beta - \frac{e}{D_1} \rho^{cc} \sin \alpha = \rho^{cc} e \left(\frac{\sin \beta}{D_2} - \frac{\sin \alpha}{D_1} \right) \quad (4)$$

$$\text{și } \omega = \psi + \Delta \omega^{cc} = \psi + \rho^{cc} e \left(\frac{\sin \beta}{D_2} - \frac{\sin \alpha}{D_1} \right) \quad (5)$$

Cantitățile e , α și β se numesc elementele de centrare. Distanțele D_1 și D_2 se pot calcula din coordonatele provizorii ale punctelor A, B și C, care se pot determina din vize exterioare. Distanța "e" se măsoară foarte precis, iar α și β se pot măsura cu precizia pînă la 1^c .

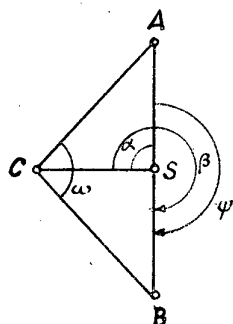
Ecuția (5) ne poate folosi și pentru constatarea erorii cauzate de neașezarea centrică a aparatului asupra unui punct. Centrul limbului trebuie să fie așezat precis pe verticala punctului C. Dacă centrul limbului se așează pe verticala în S în loc de C, vom avea o eroare în unghiul ω .

Din ecuația (5) se vede că eroarea va fi 0, dacă $\frac{\sin \beta}{D_2} = \frac{\sin \alpha}{D_1}$ sau $\angle B = \angle A$.

Aceasta se realizează dacă cele patru puncte A, B, C și S se găsesc pe perimetrul unui cerc (vezi ecuația (1)). Din membrul al doilea al ecuației (5) se vede că $\Delta \omega$ depinde de unghiurile α și β .

Cazul cel mai defavorabil este dacă valorile $\sin \alpha$ și $\sin \beta$ vor avea valoarea absolută cea mai mare.

Dacă $\alpha = 100^g$ și $\beta = 300^g$, vom avea : (vezi fig.34)



$$\begin{aligned} \omega &= 300^g - 100^g - \rho^{cc} e \left(\frac{1}{D_2} + \frac{1}{D_1} \right) = \\ &= 200^g - \rho^{cc} e \frac{D_1 + D_2}{D_1 D_2} \end{aligned}$$

Dacă presupunem că am așezat aparatul eronat cu 2 cm față de centru ($e = 2$ cm), vom avea :

Fig.34

- 47 -

$$\Delta \omega^{cc} \max = 0,02 \times 636620 \frac{D_1 + D_2}{D_1 D_2} = - 12732 \frac{D_1 + D_2}{D_1 D_2}$$

Dacă luăm $D_1 = D_2 = 20 \text{ m}, 100 \text{ m}, 200 \text{ sau } 1000 \text{ m}$, vom obține respectiv:

$$\Delta \omega^{cc} = 12^c, 73^{cc}; 2^c 55^{cc}; 1^c 27^{cc} \text{ și } 25,5^{cc}$$

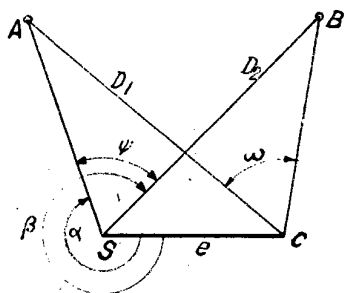


Fig. 35

celor de ceasornic (vezi fig. 35).

Din cele de mai sus se vede cât de precauți trebuie să fim la așezarea aparatului în stație. Ecuațiile (4) și (5) sînt valabile pentru toate pozițiile punctului S față de punctul C. Trebuie să ținem seama că unghiurile α și β se vor obține scăzîndu-se citirea vizei SC din citirile de la S spre A și B. Vom viza deci totdeauna mai întîi centrul și apoi celelalte puncte, rotindu-se alidada în sensul a-

2. Cazul cînd punctul se află pe un turn.

În acest caz, centrul C al turnului se vizează din alte puncte exterioare. Stația excentrică se află în punctul S, așezat pe o fereastră a turnului de unde măsurăm unghiul ψ .

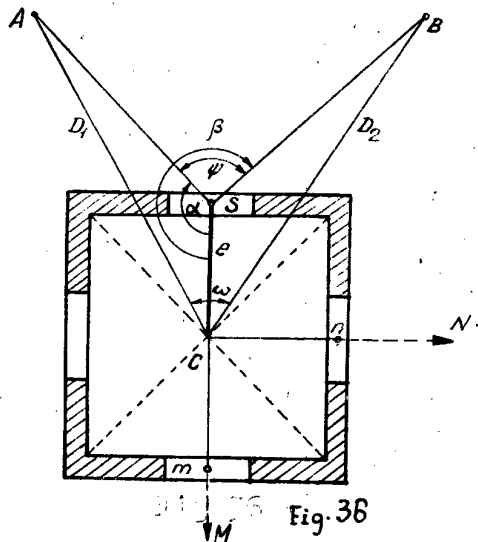


Fig. 36

Elementele centrării sînt, ca și în primul caz α , β și e . Dacă secția orizontală a turnului este un pătrat sau dreptunghi, se poate afla proiecția punctului C prin intersectarea celor două diagonale și se va putea măsura distanța e pe calea directă. Dacă turnul n-are o formă regulată, vom afla proiecția punctului C în modul următor: ne așezăm cu teodolitul în punctul M la o distan-

la de cîteva sute de metri de turn, materializînd printr-un țăruiș punctul de stație și vizăm punctul C. Vom fixa apoi pe aliniamentul MC, pe fereastră, punctul m. La fel, staționînd în N, vom fixa și punctul n pe a doua fereastră. Prin intersecția acestor două aliniamente, Mm și Nn, în interiorul turnului, vom obține proiecția punctului C, putînd apoi măsura distanța e și unghiurile α și β (vezi fig.36).

3. În cazul cînd proiecția punctului C nu se poate obține din cauza unei clopotnițe sau a altor obstacole, vom proceda astfel (fig.37):

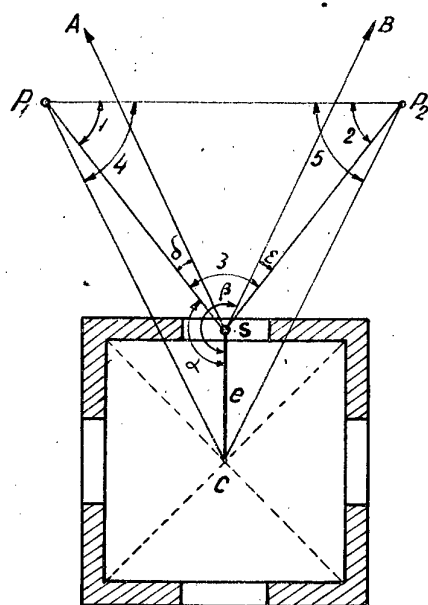


Fig.37

La cîteva sute de metri depărtare de turn, vom alege o bază P_1P_2 , din care se poate vedea punctul C. Măsurăm baza P_1P_2 și staționăm în punctele P_1, P_2 și S. Din P_1 vizăm P_2, S și C; din P_2 punctele C, S și P_1 , iar din S punctele P_1, A, B și P_2 . Rezolvînd triunghiurile P_1P_2C și P_1P_2S pe calea trigonometrică, vom obține laturile P_1S, P_2S, P_1C și P_2C .

Distanța e se obține de două ori prin rezolvarea triunghiurilor P_1SC și P_2SC . Distanța e se poate calcula și pe calea analitică în modul următor:

luînd P_1 ca origina axelor și direcția P_1P_2 ca axa x, vom putea calcula coordonatele punctelor S și C prin intersecția și cu ajutorul lor distanța e și unghiurile α și β . De obicei, punctul excentric S se așează pe direcția nord. În cazul cînd punctul S se așează spre sud de punctul C, vom aplica aceleași formule, adică:

- 49 -

$$\Delta \omega^{cc} = \rho^{cc} e \left(\frac{\sin \beta}{D_2} - \frac{\sin \alpha}{D_1} \right)$$

$$\omega = \varphi + \Delta \omega^{cc} = (\beta + 400 - \alpha) + \rho^{cc} e \left(\frac{\sin \beta}{D_2} - \frac{\sin \alpha}{D_1} \right) \quad (\text{vezi fig.38})$$

Centrarea direcțiilor

La lucrările de triangulație de ordinul IV se folosesc la calcule vize orientate, numite direcții orientate. Făcând o stație excentrică, va trebui să centrăm aceste direcții. Din fig.(39) se vede că :

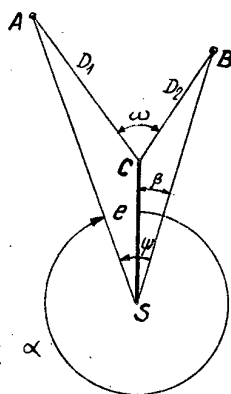


Fig.38.

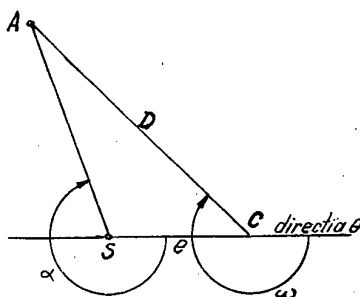


Fig.40

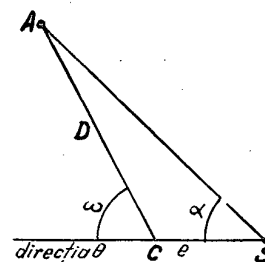


Fig.39

$$\omega = A + \alpha ; \quad \frac{e}{\sin A} = \frac{D}{\sin \alpha} ;$$

$$\sin A = \frac{e}{D} \sin \alpha$$

A fiind un unghi mic, se poate lua arcul în loc de unghi;

$$A = \frac{e}{D} \sin \alpha \quad A^{cc} = \rho^{cc} \frac{e}{D} \sin \alpha ;$$

$$\omega = \alpha + \rho^{cc} \frac{e \sin \alpha}{D}$$

Dacă punctul C s-ar afla pe partea opusă(fig.40), avem:

- 50 -

$$\frac{\sin A}{e} = \frac{\sin (400 - \alpha)}{D}$$

$$A^{cc} = - \rho^{cc} e \frac{\sin \alpha}{D}$$

$$\omega = \alpha - A^{cc} = \alpha + \rho^{cc} e \frac{\sin \alpha}{D}$$

Exemplu practic pentru centrarea vizelor.

Punctul A $e = 5,81m$ $\rho^{cc} = 636620$ $\rho^{cc} \times e = 3698762,20$

Numirea pct. vizat.	Viza excentr.	Viz. red. la rază	Sinusurile vi- zelor reduse la rază.		Latitudinea D	Produsul $e \rho^{cc} \sin \alpha$		Corecția		
			±			±		±	c	cc
centr. rul.	$37^{\circ} 51'$	$00^{\circ} - 00'$								
1	277 - 20	239 - 69	-	0,583839	5850,77	-	2159480,85	-	3	69
2	278 - 07	240 - 56	-	0,594879	4302,89	-	2200315,17	-	5	11
3	354 - 23	316 - 72	-	0,965708	2391,77	-	3571922,97	-	14	93
4	360 - 90	323 - 39	-	0,936261	7030,20	-	3451909,28	-	4	91
5	63 - 23	25 - 72	-	0,393107	6990,08	+	1454008,79	+	2	08

Excesul sferic

La orientarea punctelor geodezice de ordin superior, în vederea determinării punctelor geodezice de ordinul IV, va fi necesar să facem reducerea la planul de proiecție a vizelor date între punctele de ordin superior. Mai întâi vom demonstra cum se obține excesul sferic al unui triunghi.

Sub numele de exces sferic al unui triunghi se înțelege plusul sumei celor trei unghiuri sferice față de 200° .

- 51 -

$$A + B + C - 200^\circ = \epsilon$$

Așezînd aparatul în punctul A, în poziția orizontală și vizînd spre punctul B, planul vizual care trece prin verticala locului și prin punctul B va intersecta sfera după arcu AB, iar limbul după o dreaptă care este o tangentă la acest arc de cerc. (Se presupune pentru aceasta că limbul se află la suprafața pămîntului). Direcția care o citim la vizarea punctului B corespunde tangentei în A la arcu de cerc mare AB. (Vezi fig.41). La fel, cînd vizăm punctul C. Aceste două tangente de-

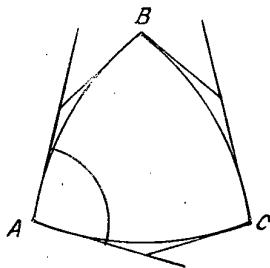


Fig.41

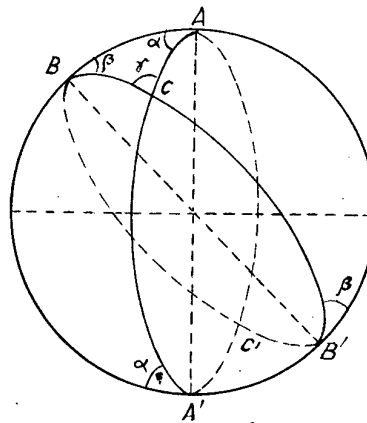


Fig.42

termină unghiul sferic A. La fel, în punctul B, vizînd spre A și C, și în punctul C, vizînd spre A și B. Se vede că suma celor trei unghiuri este mai mare de 200° . Vom demonstra cum se obține excesul sferic al unui triunghi. În fig.42 este reprezentat triunghiul sferic ABC

$$\begin{aligned} \text{Fusul } (\alpha\alpha) &= \frac{\alpha}{400} \cdot 4 R^2 \pi \\ \text{" } (\beta\beta) &= \frac{\beta}{400} \cdot 4 R^2 \pi \\ \text{" } (\gamma\gamma) &= \frac{\gamma}{400} \cdot 4 R^2 \pi \end{aligned}$$

$$(\alpha\alpha) + (\beta\beta) + (\gamma\gamma) = \frac{4 R^2 \pi}{400} (\alpha + \beta + \gamma) \quad (1)$$

Fusul se compune din suprafața S a triunghiului ABC plus suprafața A'BC.

- 52 -

$$(\alpha\alpha) = S + A'BC$$

$$(\beta\beta) = S + B'AC$$

$$(\gamma\gamma) = S + C'AB = S + CA'B'$$

$$(\alpha\alpha) + (\beta\beta) + (\gamma\gamma) = 3S + A'BC + B'AC + CA'B' = 2S + 2R^2\Pi \dots (2)$$

Substituim în (1) valoarea pentru $(\alpha\alpha) + (\beta\beta) + (\gamma\gamma)$ din (2) obținem:

$$\frac{2R^2\Pi}{200} (\alpha + \beta + \gamma) = 2S + 2R^2\Pi$$

$$\frac{R^2\Pi}{200} (\alpha + \beta + \gamma) = S + R^2\Pi$$

$$\frac{R^2\Pi}{200} (\alpha + \beta + \gamma - 200) = S;$$

$$\frac{R^2\Pi}{200} \cdot \varepsilon = S; \quad \varepsilon = s. \quad \frac{200S}{\Pi R^2}$$

$$\text{Insemnăm pe } \frac{200S}{\Pi R^2} = \rho^S \text{ și avem } \varepsilon^{cc} = \frac{S}{R^2} \cdot \rho^{cc}$$

Acest exces sferic se repartizează în mod egal asupra celor 3 unghiuri ale triunghiului sferic pentru a-l rezolva apoi ca pe un triunghi plan, conform teoremei lui Legendre, care arată că: un triunghi mic sferic se poate rezolva, cu a-

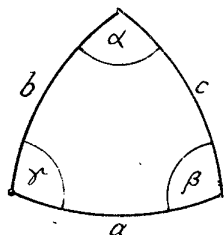


Fig. 43

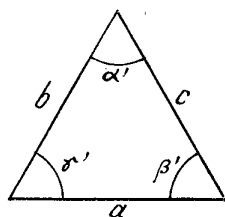


Fig. 44

proximație, ca un triunghi plan cu aceleași lungimi ale laturilor, dacă se iau ca unghiuri ale triunghiului plan unghiurile sferice micșorate cu cîte o treime din excesul sferic (vezi fig. 43 și 44). Pentru demonstrarea acestei teoreme considerăm laturile a, b, c în me-

- 53 -

tri și unghiurile în radiani la centrul sferei, corespunzătoare acestor laturi $\frac{a}{r}$, $\frac{b}{r}$, $\frac{c}{r}$, iar în grade $\frac{a}{r} \rho^\circ$, $\frac{b}{r} \rho^\circ$, $\frac{c}{r} \rho^\circ$. în

Conform teoremei cosinusului unei laturi a unui triunghi sferic, avem:

$$\cos \frac{a}{r} = \cos \frac{b}{r} \cos \frac{c}{r} + \frac{\sin b}{r} \sin \frac{c}{r} \cos \alpha$$

de unde rezultă

$$\cos \alpha = \frac{\cos \frac{a}{r} - \cos \frac{b}{r} \cos \frac{c}{r}}{\sin \frac{b}{r} \sin \frac{c}{r}} ;$$

Dezvoltînd în serie funcțiile trigonometrice din membrul al doilea și făcînd înlocuirile respective obținem:

$$\cos \alpha = \frac{(1 - \frac{a^2}{2r^2} + \frac{a^4}{24r^4}) - (1 - \frac{b^2}{2r^2} + \frac{b^4}{24r^4})(1 - \frac{c^2}{2r^2} + \frac{c^4}{24r^4})}{(\frac{b}{r} - \frac{b^3}{6r^3})(\frac{c}{r} - \frac{c^3}{6r^3})}$$

Dacă la termenul al doilea de la numărător înmulțim și neglijăm membrii de la puterea a 5-a în sus, rezultă.

$$(1 - \frac{b^2}{2r^2} + \frac{b^4}{24r^4})(1 - \frac{c^2}{2r^2} + \frac{c^4}{24r^4}) = 1 - \frac{b^2}{2r^2} + \frac{b^4}{24r^4} - \frac{c^2}{2r^2} + \frac{c^2 b^2}{4r^4} + \frac{c^4}{24r^4} = 1 - \frac{b^2+c^2}{2r^2} + \frac{b^4+c^4}{24r^4} + \frac{b^2 c^2}{4r^4} ;$$

$$\cos \alpha = \frac{\frac{b^2+c^2-a^2}{2r^2} + \frac{a^4-b^4-c^4}{24r^4} - \frac{b^2 c^2}{4r^4}}{\frac{bc}{r^2} (1 - \frac{b^2+c^2}{6r^2})}$$

în locul valorii $1 - \frac{b^2+c^2}{6r^2}$ în numitor putem scrie $1 + \frac{b^2+c^2}{6r^2}$

- 354 -

în numărător și simplificând cu r^2 , avem :

$$\cos \alpha = \left(\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 bc} + \frac{a^4 - b^4 - c^4 - 6b^2c^2}{24 r^2 bc} \right) \left(1 + \frac{b^2 + c^2}{6r^2} \right)$$

făcând înmulțirea și neglijând membrii cu r^4 obținem:

$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 bc} + \frac{a^4 - b^4 - c^4 - 6b^2c^2}{24 r^2 bc} + \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 bc} \cdot \frac{b^2 + c^2}{6r^2}$$

Conform teoremei cosinusului, avem $a^2 = b^2 + c^2 - 2 b \cdot c \cos \alpha'$

de unde rezultă că

$$\cos \alpha' = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 bc}$$

Înlocuind în relația de mai sus, obținem

$$\cos \alpha = \cos \alpha' + \frac{a^4 - b^4 - c^4 - 6b^2c^2}{24 r^2 bc} + \frac{b^4 + c^4 + 2b^2c^2 - a^2b^2 - a^2c^2}{12 r^2 bc}$$

și aducând la numitor comun avem:

$$\cos \alpha = \cos \alpha' + \frac{a^4 + b^4 + c^4 - 2a^2b^2 - 2a^2c^2 - 2b^2c^2}{24 r^2 bc}$$

Se știe că suprafața S a triunghiului ABC este:

$$S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \quad \text{în care } s = \frac{a+b+c}{2};$$

$$s-a = \frac{-a+b+c}{2}$$

$$S^2 = \left(\frac{a+b+c}{2} \right) \left(\frac{-a+b+c}{2} \right) \left(\frac{a-b+c}{2} \right) \left(\frac{a+b-c}{2} \right)$$

$$(a+b+c)(-a+b+c) = -a^2 + b^2 + c^2 + 2bc$$

$$16 S^2 = (-a^2 + b^2 + c^2 + 2bc)(a^2 - b^2 - c^2 + 2bc) = -a^4 - b^4 - c^4 + 2a^2b^2 + 2a^2c^2 + 2b^2c^2$$

$$\cos \alpha - \cos \alpha' = - \frac{16 S^2}{24 r^2 bc}; \quad \cos \alpha - \cos \alpha' = - 2 \sin \frac{\alpha - \alpha'}{2}$$

$$\sin \frac{\alpha + \alpha'}{2}$$

- 55 -

unghiurile α și α' fiind aproape egale, avem:

$$\cos \alpha - \cos \alpha' = -(\alpha - \alpha') \sin \alpha'.$$

$$-(\alpha - \alpha') \sin \alpha' = -\frac{16 S^2}{24 r^2 bc}; \text{ și } (\alpha - \alpha') = \frac{2}{3} \frac{S^2}{r^2 bc \sin \alpha'}$$

$$bc \sin \alpha' = 2 S; (\alpha - \alpha') = \frac{2 S^2}{3 \cdot 2 S r^2} = \frac{1}{3} \frac{S}{r^2}; \alpha - \alpha' = \frac{1}{3} \frac{S}{r^2}$$

știind că $\epsilon^{cc} = \frac{S}{r^2} \cdot \rho^{cc}$ avem $(\alpha - \alpha')^{cc} = \frac{1}{3} \epsilon^{cc}$; la fel putem dezvolta și $(\beta - \beta')^{cc} = \frac{1}{3} \epsilon^{cc}$ și $(\gamma - \gamma')^{cc} = \frac{1}{3} \epsilon^{cc}$. Prin urmare, pentru rezolvarea triunghiului sferic ABC vom folosi una din laturile triunghiului sferic (cunoscută) și unghiurile plane α', β', γ' ; aplicând teorema sinusului în triunghiul plan, vom obține laturile triunghiului plan, care sînt egale cu laturile triunghiului sferic.

Reducerea unei direcții la planul de proiecție stereografică.

(Excesul sferic al unei direcții în proiecția stereografică). Se dă latura AB,

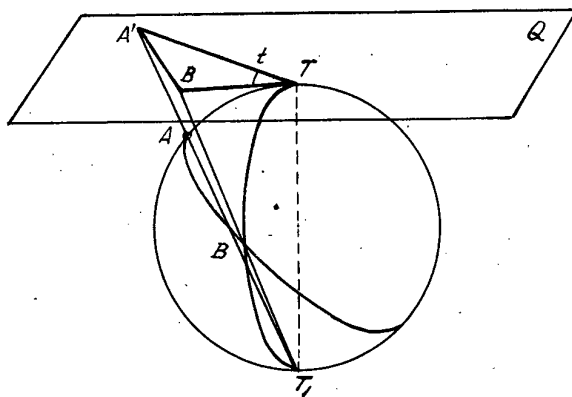


Fig.45

și se prelungesc aceste drepte pînă ce întîlnească planul tangent, în punctele A' și B'. Se formează triunghiul plan A'B'T. Planul

Se dă latura AB, Ducem prin punctele A și B cercuri mari care trec prin TT_1 . Se formează un triunghi sferic ABT. Acest triunghi se proiectează în planul de proiecție cu ajutorul punctului T_1 care se găsește la cealaltă extremitate a diametrului care trece prin punctul de tangență T. Se unesc cele două puncte A și B cu T_1

- 56 -

T_1BT intersectează planul de proiecție Q după dreapta TB' care este o tangentă la sferă.

La fel, planul TAT_1 intersectează planul de proiecție Q după dreapta $A'T$, care este tot o tangentă la sferă. Cele două tangente în punctul T formează un unghi t care reprezintă proiecția unghiului sferic din T . Unghiul t , rămânând neschimbat, va trebui repartizat excesul sferic asupra celorlalte două unghiuri sferice, din A și B , pentru a putea transforma triunghiul sferic TAB în triunghiul plan $TA'B'$. Excesul sferic ξ' al unei direcții $AB = -\frac{\xi}{2}$.

Pentru calculul excesului sferic este suficient să calculăm suprafața triunghiului plan $A'B'T$ în loc de ABT .

El se obține din coordonatele punctelor date:

$$A' \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} \quad B' \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix}$$

$$S = \frac{x_1 y_1}{2} + \frac{y_1 + y_2}{2} (x_2 - x_1) - \frac{x_2 y_2}{2} =$$

$$= \frac{x_1 y_1}{2} + \frac{x_2 y_1}{2} + \frac{x_2 y_2}{2} - \frac{x_1 y_1}{2} - \frac{x_1 y_2}{2} - \frac{x_2 y_2}{2}$$

$$S = \frac{x_2 y_1 - x_1 y_2}{2} ; \quad \xi' = \frac{\xi}{2} = \frac{S}{2r^2} \rho^{cc}$$

$$\xi' = \frac{x_2 y_1 - x_1 y_2}{4r^2} \rho^{cc}$$

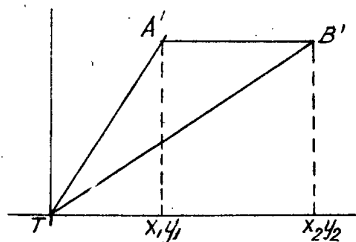


Fig. 46

Inlocuind raza variabilă a elipsoidului printr-o rază constantă a sferei de referință, vom putea considera $\frac{\rho^{cc}}{4r^2}$ ca o valoare constantă, care este 0,00000003914 = c. Deci vom avea :

$$\xi' = (x_2 y_1 - x_1 y_2) \cdot c \quad \text{în care } x_1 y_1 \text{ sînt coord. pct. } P_1 \\ x_2 y_2 \text{ " coord. pct. } P_2$$

Valoarea ξ' se va aduna algebric la viza de pe teren. Ea va micșora sau majora orientarea direcției respective.

În cazul de față orientarea laturei plane AB este mai

= 57 =

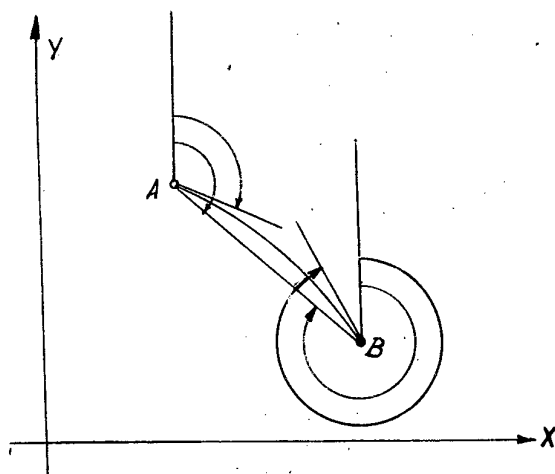


Fig.47

mare decât cea a laturii sferice, excesul sferic fiind pozitiv. Excesul sferic ξ' al laturii BA trebuie scăzut, micșorând orientarea laturei plane față de cea sferică. Excesul sferic al direcției BA are totdeauna aceeași mărime ca cel al direcției AB, însă cu semn invers.

Exemplu practic pentru reducerea unei direcții la planul de proiecție.

Sînt date coordonatele punctelor P_1 și P_2

$$P_1 \begin{cases} x_1 = + 118277,42 \\ y_1 = - 101063,25 \end{cases}$$

$$P_2 \begin{cases} x_2 = + 111335,15 \\ y_2 = - 101447,22 \end{cases}$$

Se va calcula reducerea la planul de proiecție a direcției $P_1 - P_2$.

$$\xi' = \frac{1}{2} \xi = (x_2 y_1 - x_1 y_2) \cdot 0,00000003914 = (-111335 \times 101063 + 118277 \times 101447) \times 0,00000003914 = + 2,9^{cc}$$

De la P_2 la P_1

$$\xi' = - 2,9^{cc}$$

Observații generale asupra erorilor ce se fac la staționarea punctelor geodezice de ordin IV.

La staționarea punctelor geodezice se pot face următoarele erori:

- 1) Eroarea de neașezare centrică a teodolitului
- 2) Erori instrumentale

- 58 -

3) Neașezarea limbului în poziție orizontală și prin aceasta axa verticală nu coincide cu verticala locului

4) Eroare cauzată de neașezare în poziție verticală a semnalului vizat.

5) Erorile de punctare și de citirea gradațiilor.

Primele două erori au fost analizate în paragrafele precedente. Trecem acum la următoarea.

3. Eroarea de neașezare orizontală a limbului.

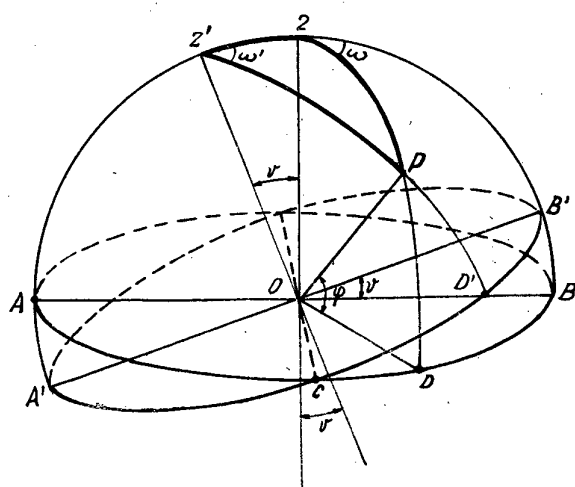


Fig. 48

Ne închipuim o sferă cu centrul în punctul O (fig. 48). Punctul de intersecție a axei verticale cu sfera trebuie să fie Z. Din cauza poziției înclinate, ea înțeapă sfera în Z'. Unghiul de înclinare a axei este φ . Vizîndu-se un punct P, acesta se proiectează în D' în loc de D. Planurile vizuale ZPD și Z'PD' vor fi aceleași dacă vor trece prin cele două axe ZO

și Z'O. În acest caz, citirile la ambele limburi vor fi la fel în B și B'. Luînd aceste citiri ca puncte de plecare, eroarea este reprezentată de diferența $(\omega' - \omega)$. În fig. 49 avem:

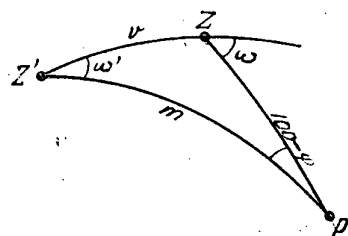


Fig. 49

$$\frac{\sin m}{\sin \omega} = \frac{\sin(100 - \varphi)}{\sin \omega'}$$

$$\sin m = \frac{\sin \omega \cos \varphi}{\sin \omega'}$$

- 59 -

$$\sin m \cos \omega' = \sin v \cos (100^\circ - \varphi) - \cos v \sin (100^\circ - \varphi) \cos (200^\circ - \omega)$$

$$\sin m \cos \omega' = \sin v \sin \varphi + \cos v \cos \varphi \cos \omega$$

Din cauză că v este foarte mic se poate scrie:

$$\left. \begin{array}{l} \cos v = 1 \\ \sin v = v \end{array} \right\} \text{ substituind aceste valori în ecuația anterioară, } \text{avem:}$$

$$\sin m \cos \omega' = v \sin \varphi + \cos \varphi \cos \omega$$

Anterior am avut:

$$\sin m = \frac{\sin \omega \cos \varphi}{\sin \omega'}$$

$$\cos \varphi \sin \omega \cos \omega' = v \sin \varphi \sin \omega' + \cos \varphi \cos \omega \sin \omega'$$

$$\sin \omega \cos \omega' = v \operatorname{tg} \varphi \sin \omega' + \cos \omega \sin \omega' \text{ In loc de } \sin(\omega - \omega')$$

se ia : $\omega - \omega'$

$$\left. \begin{array}{l} \sin(\omega - \omega') = v \operatorname{tg} \varphi \sin \omega' \\ \omega - \omega' = v \operatorname{tg} \varphi \sin \omega \end{array} \right\} \text{ iar în loc de } \omega' \text{ valoarea lui } \omega$$

De aici se vede că $\omega - \omega'$ depinde și de unghiul vertical
Dacă $\varphi = 50^\circ$, atunci $\Delta \omega = v \sin \omega$ sau $\Delta \omega^{cc} = v^{cc} \sin \omega$.

Eroarea $\Delta \omega$ se referă numai la eroarea unei direcții.
La măsurarea unui unghi, o latură nu va cade în planul ZOZ'.
Dacă vrem să obținem eroarea unghiului măsurat la vizarea punctelor A și B cu unghiurile de înclinare φ_1 și φ_2 , vom avea:

$$\Delta \omega_3^{cc} = v^{cc} (\operatorname{tg} \varphi_2 \sin \omega_2 - \operatorname{tg} \varphi_1 \sin \omega_1), \text{ în care } \omega_1 \text{ și } \omega_2 \text{ reprezintă unghiurile orizontale citite, având ca origină direcțiile caracteristice OB și OB'.$$

Eroarea acesta devine maximă referitoare la ω_1 și ω_2 ,
dacă $\sin \omega_2 = -\sin \omega_1$ sau $\omega_2 = \omega_1 \pm 200^\circ$

Vom avea :

$$\Delta \omega_3 = -v^{cc} \sin \omega_1 (\operatorname{tg} \varphi_1 + \operatorname{tg} \varphi_2) = v \sin \omega_2 (\operatorname{tg} \varphi_1 + \operatorname{tg} \varphi_2) \text{ și}$$

dacă : $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi$ vom avea $\Delta \omega_3 = -2 v \sin \omega_1 \operatorname{tg} \varphi$. Pentru

$$\omega_1 = 100^\circ, \Delta \omega_3 = -2 v \operatorname{tg} \varphi.$$

Această eroare nu se elimină prin citire în ambele

= 60 =

poziții ale lunetei, fiindcă la rotirea alidadei unghiul v rămâne neschimbat.

4) Eroarea din cauza neverticalității semnalului vizat

Din cauza unor obstacole, ca: porumb înalt, plantații etc. nu putem viza totdeauna piciorul semnalului și sîntem siliți să vizăm mai sus sau chiar la vîrf. Dacă semnalul este înclinat, vom avea o eroare în citirea unghiului orizontal.

În fig. 50 avem:

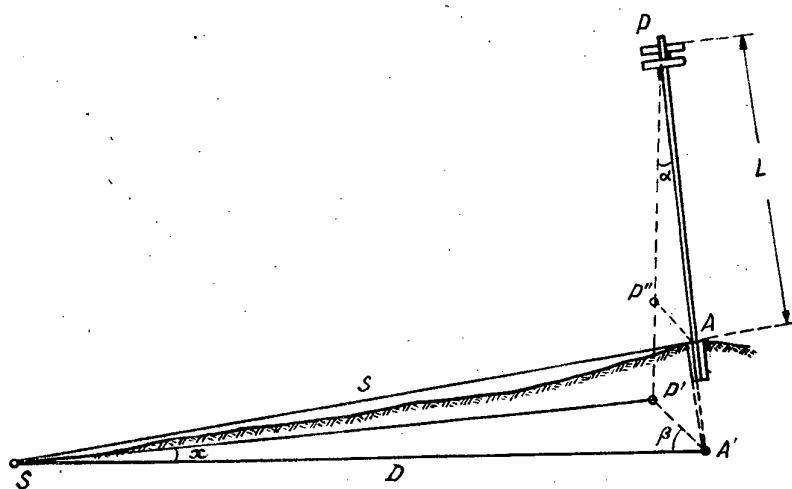


Fig. 50

S este punctul în care se staționează. Semnalul se află în punctul A și are lungimea $AP=L$ (de la fluturilele superior pînă la cutie), iar α este unghiul de înclinare a semnalului față de verticală. $SA=s$ distanța încli-

nată, iar SA' distanța redusă la orizont. Proiecția semnalului $A'P'$ face unghiul β cu direcția $A'S$. Din triunghiul $A'SP'$ avem

$$\frac{A}{A'P'} = \frac{\sin(x + \beta)}{\sin x}$$

$$\frac{D}{A'P'} = \frac{\sin x \cos \beta + \cos x \sin \beta}{\sin x} = \cos \beta + \cotg x \sin \beta ;$$

$$\cotg x = \frac{D}{A'P' \sin \beta} - \frac{\cos \beta}{\sin \beta} = \frac{D - A'P' \cos \beta}{A'P' \sin \beta} ; \quad \tg x = \frac{A'P' \sin \beta}{D - A'P' \cos \beta}$$

$A'P' \parallel AP''$; $A'P' = L \sin \alpha$; făcînd înlocuirile și ținînd cont că unghiul x este mic, putem scrie:

$$x^{cc} = \rho \frac{\cos L \sin \alpha \sin \beta}{D - L \sin \alpha \cos \beta}$$

- 61 -

Valoarea $L \sin \alpha \cos \beta$ fiind mică, se poate neglija față de D și vom avea :

$$x^{cc} = \rho^{cc} \frac{L \sin \alpha \sin \beta}{D}$$

Din ecuația de mai sus se vede că eroarea este direct proporțională cu lungimea semnalului și invers proporțională cu distanța între cele două puncte.

Dacă $\beta = 100^\circ$ sau 300° , atunci eroarea devine maximă la același unghi α , iar dacă $\beta = 0^\circ$ sau 200° , eroarea devine zero.

Dacă luăm, de exemplu, pentru $\beta = 100^\circ$ și pentru $\alpha = 2^\circ$, vom avea $x^{cc} = 636620^{cc} \frac{L}{D} = 0,0314$

Luând pentru $L = 4$ m și pentru $D = 2000$ m

$$x^{cc} = 636620 \cdot \frac{4}{2000} \cdot 0,0314 = 41,8^{cc}$$

Pentru a evita aceste erori periculoase, vom căuta să vizăm semnalul cât mai jos sau vom aprecia poziția piciorului semnalului socotind prelungită partea semnalului vizibilă pînă la lungimea lui reală, vizînd acest punct închipuit.

Orientarea stațiilor

Presupunem că stăm într-un punct geodezic S cu coordonate cunoscute și vizăm punctele A, B, C și D cu coordonate cunoscute (fig. 51)

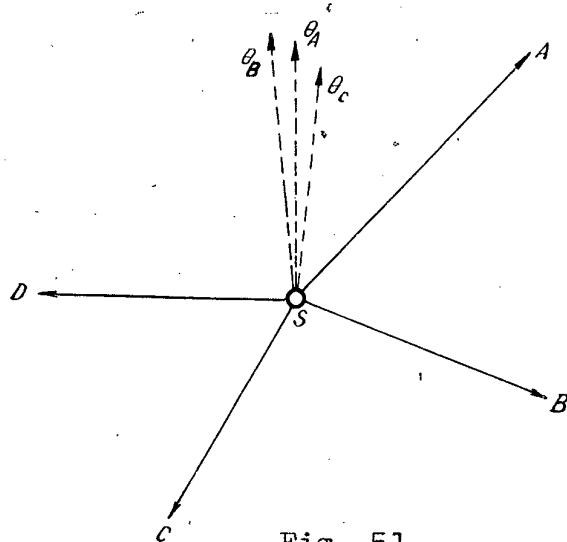


Fig. 51

Calculăm din coordonatele punctului S și A orientarea. Vom pune luneta la această citire și, fixînd șurubul alidadei și apoi desfăcînd șurubul de mișcare generală, vom viza punctul A . Gradația zero a limbului va avea poziția $S\theta_A$. Procedînd la fel cu orientarea SB , vom vedea că gradația zero va avea pozi-

- 62 -

ția SO_B . La fel pentru orientarea SC , gradația zero va avea poziția SO_C etc. Teoretic, direcția $S-O^G$ trebuia să fie aceeași pentru toate direcțiile din stația S și paralelă la meridianul de origină. Neconcordanța între paralela la meridianul de origină prin S și poziția gradației $S-O^G$ la așezarea lunetei pe orientările calculate din coordonate se datorește : erorii de punctare a semnalului vizat, erorii de citirea gradației limbului și erorii de determinare a coordonatelor punctelor. Coordonatele unui punct sînt afectate de erori admisibile pînă la ± 15 cm. Noi atribuim coordonatelor o valoare medie a mai multor valori, obținute prin intersecția a două cîte două vize. Locul geometric al punctului A , determinat prin coordonate, așa cum am arătat mai sus, este o elipsă. Punctul A , deci, nu are totdeauna poziția care i-a fost atribuită.

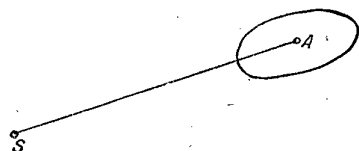


Fig.52

Vizînd punctul A , vom citi pe limb o valoare care nu corespunde precis cu valoarea obținută din coordonate, chiar dacă am așeza limbul astfel ca linia $S-O^G$ să fie paralelă cu meridianul de origină. Va trebui deci să aflăm o modalitate de a așeza gradația $S-O^G$ astfel, încît unghiurile formate de această latură și direcțiile vizelor respective

să corespundă, pe cît posibil, cu orientările calculate ale laturilor respective. Acest procedeu se numește orientarea stației.

Distingem două situații :

- a) orientarea vizelor din punctele staționate, cu coordonate cunoscute și
- b) orientarea vizelor din punctele staționate, cu coordonate necunoscute.

a. Orientarea unei stații cu coordonate cunoscute

Procedeu aplicat este următorul : (vezi pag 66)

- 63 -

Vom scade din orientările calculate, din coordonatele punctelor cunoscute, citirile compensate în stație, eventual centrate și reduse la planul de proiecție, și vom obține câte un unghi de orientare pentru fiecare direcție cunoscută.

Aceste unghiuri vor diferi între ele din motivele arătate mai înainte. Diferențele maxime, între ele, nu pot fi mai mari decât abaterile lineare maxime, corespunzătoare, stabilite pentru determinarea coordonatelor punctelor de ord. IV (± 15 cm). Se calculează apoi media ponderată a unghiurilor de orientare, obținând un unghi mediu de orientare. Acest unghi se adaugă la toate celelalte direcții măsurate din stația respectivă în vederea obținerii direcțiilor provizorii orientate, cu ajutorul cărora se vor determina coordonatele punctelor noi. Ca pondere sau greutate se ia distanța dintre stație și punctele vechi respective. Greutatea se înmulțește cu unghiul de orientare a direcției respective, produsele obținute se adună, iar suma lor se împarte la suma greutăților.

b) Orientarea unei stații cu coordonate necunoscute (vezi punctul 5 pag. 65)

Punctul 5 este un punct nou. Se pune problema determinării coordonatelor lui cu ajutorul vizelor interioare, spre punctele A, B, C și D, și cu cele exterioare, adică de la aceste 4 puncte spre punctul 5. Punctele A, B, C și D, având coordonate au fost orientate. Vom cunoaște deci vizele orientate de la aceste puncte spre punctul 5. Le vom întoarce cu 200° pentru a avea vizele orientate de la punctul 5 spre punctele A, B, C, și D. Cele patru orientări sînt:

de la A la 5	- 368-37-42
" " B " "	52-23-48
" " C " "	137-31-64
" " D " "	270-62-68

Le vom înscrie la rubrica "vize orientate" însă numai cu grade și minute. Secunde se vor înscrie la rubrica "vize

-64 -

exterior". Vom forma unghiul de orientare al celor patru direcții și apoi unghiul mediu de orientare ponderat (vezi pag. 65 sus), înscrind secunde acestui unghi deasupra secun-
 der unghiurilor de orientare formate anterior. Se adună apoi unghiul mediu de orientare la cele patru direcții măsurate, obținând astfel vizele orientate interioare. Pentru calculul coordonatelor punctului 5 se vor lua mediile vizelor interioare și exterioare, obținându-se astfel pentru calculul coordonatelor punctului 5 următoarele vize orientate :

de la A la 5	368 - 37 - 41 (media între 40 și 42)
" " B la "	52 - 23 - 51 (media între 53 și 48)
" " C la "	137 - 31 - 65 (media între 61 și 69)
" " D la "	270 - 62 - 69 (media între 70 și 68)

Se face mai întâi o orientare provizorie în modul următor:

$$\begin{array}{rcl}
 24 \times 3 & = & 72 \\
 17 \times 5 & = & 85 \\
 30 \times 4 & = & 120 \\
 20 \times 6 & = & \underline{120} \\
 & & 397
 \end{array}
 \qquad
 397 : 18 = 22$$

După obținerea coordonatelor se vor calcula orientările definitive ale laturilor formate de punctul 5 cu punctele A, B, C, D. Se vor forma din nou cele patru unghiuri de orientare și apoi unghiul mediu de orientare ponderat.

$$\begin{array}{rcl}
 25 \times 3 & = & 75 \\
 16 \times 5 & = & 80 \\
 28 \times 4 & = & 112 \\
 25 \times 6 & = & \underline{150} \\
 & & 417 : 18 = 23
 \end{array}$$

Vom aduna apoi acest unghi mediu de orientare la vizele măsurate pe teren spre celelalte puncte noi, obținând astfel vizele orientate, provizorii, cu ajutorul cărora se pot calcula coordonatele punctelor noi.

Dăm mai jos un exemplu de calcul.

Stafie 5

Numele sau nr. pct. viz.	Media I și II la centru	Unghiul de orientare	Vizele orientate	Viz. ext.	Greut.	Pentru pcte. noi	
						Unghiul de orientare	Vizele orient.
A	43-27-48	$\frac{22}{125-10-24}$	168-37-40	42	3	$\frac{125-10-25}{125-10-23}$	$\frac{168-37-43}{194-62-58}$
29	69-52-35						
13	87-32-49					$\frac{125-10-23}{125-10-16}$	$\frac{212-42-72}{252-23-47}$
B	127-13-31	$\frac{22}{125-10-17}$	252-23-53	48	5	$\frac{125-10-23}{125-10-23}$	$\frac{283-55-37}{310-73-68}$
15	158-45-14						
8	185-63-45					$\frac{125-10-28}{125-10-23}$	$\frac{337-31-67}{372-29-05}$
C	212-21-39	$\frac{22}{125-10-30}$	337-31-61	69	4	$\frac{125-10-23}{125-10-23}$	$\frac{388-18-30}{27-86-78}$
12	247-18-82						
22	263-08-07					$\frac{125-10-25}{125-10-25}$	$\frac{70-62-73}{168-37-4}$
17	302-76-55	$\frac{22}{125-10-20}$	70-62-70	68	6		
D	345-52-48	$\frac{22}{125-10-24}$	168-37-40	42	3		
A	43-27-18						

- 66 -

Orientarea unei stații cu coordonate cunoscute.

Nr. sau numele pctului vizat.	Poziția I a lunetei	Poziția II a lunetei	Media I și II	Media I și II compensat	Excesul sferic	Greutate	Media I și II la centru	Unghiul de orientare	Vizele orientate
A	132-17-29	332-17-53	132-17-41	132-17-41	-4 ^{cc}	7	132-17-37	<u>327-31-28</u>	<u>59-48-65</u>
19	163-12-15	363-12-35	163-12-25	163-12-26			163-12-26	327-31-24	90-43-50
17	207-38-42	7-38-72	207-38-57	207-38-59			207-38-59	327-31-24	134-69-83
B	225-62-79	25-63-04	225-62-91	225-62-94	-	5	325-62-94	<u>327-31-18</u>	<u>152-94-12</u>
15	248-53-92	48-54-14	248-54-03	248-54-07			248-54-07	327-31-24	175-85-31
29	265-22-37	65-22-55	265-22-46	265-22-51			265-22-51	327-31-24	192-53-75
23	293-43-76	93-43-98	293-43-87	293-43-93			293-43-93	327-31-24	220-75-17
C	317-38-29	117-38-49	317-38-39	317-38-46	+6 ^{cc}	8	317-38-52	<u>327-31-24</u>	<u>244-69-76</u>
27	326-25-53	126-25-81	326-25-67	326-25-75			326-25-75	327-31-24	253-56-99
12	17-72-43	217-72-59	17-72-51	17-72-60			17-72-60	327-31-24	345-03-84
A	132-17-20	332-17-42	132-17-31	132-17-41	-4 ^{cc}	7	132-17-37	<u>327-31-28</u>	<u>59-48-65</u>

$$28 \times 7 = 196$$

$$13 \times 5 = 90$$

$$24 \times 8 = 192$$

$$478 : 20 = 24$$

Orientarea unei stații ale cărei coordonate se determină prin intersecție combinată (intersecție laterală).

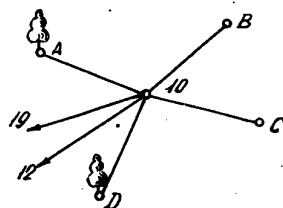


Fig.53

Punctele A,B,C și D au coordonate cunoscute. Să se calculeze vizele orientate de la aceste puncte spre punctul lo, în vederea determinării coordonatelor acestui punct, cunoscând că se staționează numai în punctele B,C și lo. Pentru aceasta, orientăm mai întâi stațiile B și C, care au vize reciproce cu lo, vizînd și punctele A,D, precum și alte puncte vechi vizibile. Vom avea astfel vizele orientate de la B la lo și de la C la lo. Le vom întoarce cu 200^g și vom avea vizele orientate provizoriu de la lo spre B și C. Vom orienta cu ajutorul lor stația lo. Adăugînd unghiul de orientare mediu de 52-09-17 la citirile acestor patru puncte, vom avea vizele orientate de la lo spre ele. Intorcîndu-le cu 200^g, vom putea calcula coordonatele punctului lo prin intersecția înainte.

Exemplu practic

Se dau orientările provizorii de la B la lo și de la C la lo

de la B la lo... 197^g- 32^c- 44^{cc}

" " C " lo... 287 - 25 - 37

Stația 10

Numele sau nr. pct. viz.	Media I și II la centru	Unghiul de orientare	Vizele orientate	Viz. ext.	Greut.	pentru pct. noi	
						Unghiul de orientare	Vizele de orient.
A arb	297 78 35	52 09 17	349 87 52		4	52 09 21	349 87 56
B	345 23 29	52 09 15	397 32 46	44	3	52 09 20	397 32 49
C	35 16 18	52 09 19	87 25 35	37	5	52 09 15	87 25 33
D arb	110 29 44	52 09 17	162 38 61		6	52 09 19	162 38 63
12	147 38 47					52 09 18	199 47 65
19	185 72 59					52 09 18	237 81 77
A	297 78 35	52 09 17	349 87 52			52 09 21	319 87 56

- 68 -

După obținerea coordonatelor punctului 10 , se vor calcula orientările definitive cu ajutorul cărora se orientează stația din nou, vom avea :

$$21 \times 4 = 84$$

$$20 \times 3 = 60$$

$$15 \times 5 = 75$$

$$19 \times 6 = 114$$

$$333 : 18 = 18$$

7. Calculul coordonatelor.

Intersecția înainte pe cale analitică

a) Prin tangentă. Se dau coordonatele punctelor

$$P_1 \begin{Bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{Bmatrix} \quad P_2 \begin{Bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{Bmatrix} \quad \text{și}$$

orientările α_1 și α_2 .

Să se calculeze coordonatele punctului P_n .

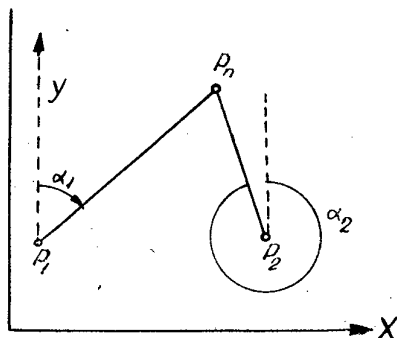


Fig.54

$$\frac{x_n - x_1}{y_n - y_1} = \operatorname{tg} \alpha_1; \quad x_n - x_1 = \operatorname{tg} \alpha_1 (y_n - y_1) \quad (1)$$

$$\frac{x_n - x_2}{y_n - y_2} = \operatorname{tg} \alpha_2; \quad x_n - x_2 = \operatorname{tg} \alpha_2 (y_n - y_2) \quad (2)$$

Din (1) avem :

$$x_n = x_1 + y_n \operatorname{tg} \alpha_1 - y_1 \operatorname{tg} \alpha_1$$

Se substituie în (2) și obținem:

$$x_1 + y_n \operatorname{tg} \alpha_1 - y_1 \operatorname{tg} \alpha_1 - x_2 = y_n \operatorname{tg} \alpha_2 - y_2 \operatorname{tg} \alpha_2$$

$$y_n (\operatorname{tg} \alpha_1 - \operatorname{tg} \alpha_2) = x_2 - x_1 + y_1 \operatorname{tg} \alpha_1 - y_2 \operatorname{tg} \alpha_2$$

-- 69 --

$$y_n = \frac{x_2 - x_1 + y_1 \operatorname{tg} \alpha_1 - y_2 \operatorname{tg} \alpha_2}{\operatorname{tg} \alpha_1 - \operatorname{tg} \alpha_2} \quad (3)$$

$$x_n = x_1 + (y_n - y_1) \operatorname{tg} \alpha_1 = x_2 + (y_n - y_2) \operatorname{tg} \alpha_2 \quad (4)$$

b) prin cotangentă:

$$\frac{y_n - y_1}{x_n - x_1} = \operatorname{ctg} \alpha_1 \quad y_n - y_1 = x_n \operatorname{ctg} \alpha_1 - x_1 \operatorname{ctg} \alpha_1 \quad (1)$$

$$\frac{y_n - y_2}{x_n - x_2} = \operatorname{ctg} \alpha_2 \quad y_n - y_2 = x_n \operatorname{ctg} \alpha_2 - x_2 \operatorname{ctg} \alpha_2 \quad (2)$$

Din (1) se calculează : $y_n = y_1 + x_n \operatorname{ctg} \alpha_1 - x_1 \operatorname{ctg} \alpha_1$

Această valoare se substituie în (2) și obținem:

$$y_1 + x_n \operatorname{ctg} \alpha_1 - x_1 \operatorname{ctg} \alpha_1 - y_2 = x_n \operatorname{ctg} \alpha_2 - x_2 \operatorname{ctg} \alpha_2$$

$$x_n (\operatorname{ctg} \alpha_1 - \operatorname{ctg} \alpha_2) = x_1 \operatorname{ctg} \alpha_1 - x_2 \operatorname{ctg} \alpha_2 + y_2 - y_1$$

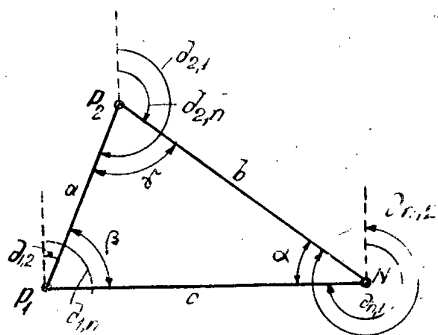
$$x_n = \frac{y_2 - y_1 + x_1 \operatorname{ctg} \alpha_1 - x_2 \operatorname{ctg} \alpha_2}{\operatorname{ctg} \alpha_1 - \operatorname{ctg} \alpha_2} \quad (3)$$

$$y_n = y_1 + (x_n - x_1) \operatorname{ctg} \alpha_1 = y_2 + (x_n - x_2) \operatorname{ctg} \alpha_2 \quad (4)$$

Intersecția înainte pe cale trigonometrică

Se dau două puncte P_1 și P_2 cu coordonatele lor $P_1 \begin{Bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{Bmatrix}$ și $P_2 \begin{Bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{Bmatrix}$ și vizele orientate $\partial_{1,N}$ și $\partial_{2,N}$ de la aceste puncte spre un punct N . Să se calculeze coordonatele punctului N (fig.55)

- 70 -



$$\operatorname{tg} \partial_{1,2} = \frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1} \quad \partial_{2,1} = \partial_{1,2} + 200^\circ$$

$$\alpha = \partial_{N2} - \partial_{N1}$$

$$\beta = \partial_{1,N} - \partial_{1,2}$$

$$\gamma = \frac{\partial_{2,1} - \partial_{2,N}}{\alpha + \beta + \gamma = 200^\circ}$$

Fig. 55

$$a = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \frac{x_2 - x_1}{\sin \partial_{1,2}} = \frac{y_2 - y_1}{\cos \partial_{1,2}}$$

$$\frac{c}{a} = \frac{\sin \gamma}{\sin \alpha}; \quad c = \frac{a \sin \gamma}{\sin \alpha}; \quad \frac{b}{a} = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}; \quad b = \frac{a \sin \beta}{\sin \alpha}$$

Având laturile c și b și orientările respective putem calcula coordonatele punctului N ca radieri :

$$x_n - x_1 = c \sin \partial_{1,N}$$

$$y_n - y_1 = c \cos \partial_{1,N}$$

$$x_n = x_1 + c \sin \partial_{1,N}$$

$$y_n = y_1 + c \cos \partial_{1,N}$$

$$x_n - x_2 = b \sin \partial_{2,N}$$

$$y_n - y_2 = b \cos \partial_{2,N}$$

$$x_n = x_2 + b \sin \partial_{2,N}$$

$$y_n = y_2 + b \cos \partial_{2,N}$$

Intersecția înapoi pe cale analitică

Se dau coordonatele punctelor P_1, P_2 și P_3 . Să se calculeze coordonatele punctului N , dacă se măsoară din el unghiurile α și β (vezi fig. 56)

$$\frac{x_1 - x_n}{y_1 - y_n} = \operatorname{tg} \theta; \quad x_1 - x_n = \operatorname{tg} \theta (y_1 - y_n) \quad (1)$$

- 71 -

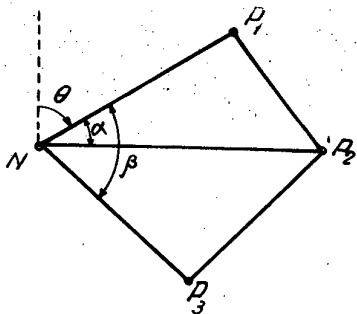


Fig. 56

$$\frac{x_2 - x_n}{y_2 - y_n} = \operatorname{tg} (\theta + \alpha); \quad (2)$$

$$x_2 - x_n = \operatorname{tg} (\theta + \alpha)(y_2 - y_n)$$

$$\frac{x_3 - x_n}{y_3 - y_n} = \operatorname{tg} (\theta + \beta); \quad (3)$$

$$x_3 - x_n = \operatorname{tg} (\theta + \beta)(y_3 - y_n)$$

Din 1) se calculează :

$$x_n = x_1 - \operatorname{tg} \theta (y_1 - y_n) \quad (4)$$

Se substituie (4) în (2) :

$$x_2 - x_1 + \operatorname{tg} \theta (y_1 - y_n) = \operatorname{tg} (\theta + \alpha) (y_2 - y_n) \quad (2')$$

$$\operatorname{tg} (\theta + \alpha) = \frac{\operatorname{tg} \theta + \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg} \theta \operatorname{tg} \alpha}$$

$$x_2 - x_1 + y_1 \operatorname{tg} \theta - y_n \operatorname{tg} \theta = \frac{(\operatorname{tg} \theta + \operatorname{tg} \alpha)(y_2 - y_n)}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \theta}$$

$$x_2 - x_1 + y_1 \operatorname{tg} \theta - y_n \operatorname{tg} \theta - x_2 \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \theta + x_1 \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \theta - y_1 \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg}^2 \theta +$$

$$+ y_n \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg}^2 \theta = y_2 \operatorname{tg} \theta + y_2 \operatorname{tg} \alpha - y_n \operatorname{tg} \theta - y_n \operatorname{tg} \alpha$$

$$y_n \operatorname{tg} \alpha (1 + \operatorname{tg}^2 \theta) = x_1 - x_2 + (y_2 - y_1) \operatorname{tg} \theta + (x_2 - x_1) \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \theta +$$

$$+ y_2 \operatorname{tg} \alpha + y_1 \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg}^2 \theta.$$

Inlocuim ecuația (4) în (3)

$$x_3 - x_1 + \operatorname{tg} \theta (y_1 - y_n) = \operatorname{tg} (\theta + \beta) (y_3 - y_n)$$

$$x_3 - x_1 + y_1 \operatorname{tg} \theta - y_n \operatorname{tg} \theta = \frac{(\operatorname{tg} \theta + \operatorname{tg} \beta)(y_3 - y_n)}{1 - \operatorname{tg} \theta \operatorname{tg} \beta}$$

$$x_3 - x_1 + y_1 \operatorname{tg} \theta - y_n \operatorname{tg} \theta - (x_3 - x_1) \operatorname{tg} \theta \operatorname{tg} \beta - y_1 \operatorname{tg} \beta \operatorname{tg}^2 \theta +$$

$$+ y_n \operatorname{tg} \beta \operatorname{tg}^2 \theta = y_3 \operatorname{tg} \theta + y_3 \operatorname{tg} \beta - y_n \operatorname{tg} \theta - y_n \operatorname{tg} \beta.$$

- 72 -

$$y_2 \operatorname{tg} \beta (1 + \operatorname{tg}^2 \theta) = x_1 - x_3 + (y_3 - y_1) \operatorname{tg} \theta + (x_3 - x_1) \operatorname{tg} \theta \operatorname{tg} \beta + \\ + y_3 \operatorname{tg} \beta + y_1 \operatorname{tg}^2 \theta \operatorname{tg} \beta. \quad (6)$$

Impărțim (5) la (6) și obținem :

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta} = \frac{x_1 - x_2 + (y_2 - y_1) \operatorname{tg} \theta + (x_2 - x_1) \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \theta + y_2 \operatorname{tg} \alpha + y_1 \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg}^2 \theta}{x_1 - x_3 + (y_3 - y_1) \operatorname{tg} \theta + (x_3 - x_1) \operatorname{tg} \beta \operatorname{tg} \theta + y_3 \operatorname{tg} \beta + y_1 \operatorname{tg} \beta \operatorname{tg}^2 \theta}$$

$$(x_1 - x_3) \operatorname{tg} \alpha + (y_3 - y_1) \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \theta + (x_3 - x_1) \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta \operatorname{tg} \theta + y_3 \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta + \\ + y_1 \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta \operatorname{tg}^2 \theta = (x_1 - x_2) \operatorname{tg} \beta + (y_2 - y_1) \operatorname{tg} \beta \operatorname{tg} \theta + (x_2 - x_1) \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta \operatorname{tg} \theta + \\ + y_2 \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta + y_1 \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta \operatorname{tg}^2 \theta.$$

$$(x_1 - x_3) \operatorname{tg} \alpha - (x_1 - x_2) \operatorname{tg} \beta + (y_3 - y_2) \operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \theta [(y_2 - y_1) \operatorname{tg} \beta - \\ - (y_3 - y_1) \operatorname{tg} \alpha + (x_2 - x_3) \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta]$$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{(x_1 - x_3) \operatorname{tg} \alpha - (x_1 - x_2) \operatorname{tg} \beta + (y_3 - y_2) \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}{(y_2 - y_1) \operatorname{tg} \beta - (y_3 - y_1) \operatorname{tg} \alpha + (x_2 - x_3) \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}$$

Impărțim numărătorul și numitorul cu $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta$.

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{(x_1 - x_3) \operatorname{ctg} \beta - (x_1 - x_2) \operatorname{ctg} \alpha + (y_3 - y_2)}{(y_2 - y_1) \operatorname{ctg} \alpha - (y_3 - y_1) \operatorname{ctg} \beta + (x_2 - x_3)} \\ = \frac{(x_2 - x_1) \operatorname{ctg} \alpha - (x_3 - x_1) \operatorname{ctg} \beta + y_3 - y_2}{(y_2 - y_1) \operatorname{ctg} \alpha - (y_3 - y_1) \operatorname{ctg} \beta - x_3 - x_2}$$

De asemenea avem și formula Martinian :

$$\Delta x = \overbrace{\operatorname{ctg} \alpha (y_1 - y_2) - x_1 + x_2 - x_3}^{dx} + \operatorname{ctg} \beta (y_3 - y_2)$$

$$\Delta y = \overbrace{\operatorname{ctg} \alpha (x_2 - x_1) - y_1 + y_2 - y_3}^{dy} + \operatorname{ctg} \beta (x_2 - x_3)$$

$$r = \frac{\frac{\partial x}{\partial y} \Delta y - \frac{\partial y}{\partial x} \Delta x}{\Delta x^2 + \Delta y^2}$$

$$x_p = x_2 + r \Delta y$$

$$y_p = y_2 + r \Delta x$$

- 73 -

Intersecția înapoi pe cale trigonometrică

Sînd date punctele :

$$P_1 \begin{Bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{Bmatrix} ; P_2 \begin{Bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{Bmatrix} ; P_3 \begin{Bmatrix} x_3 \\ y_3 \end{Bmatrix}$$

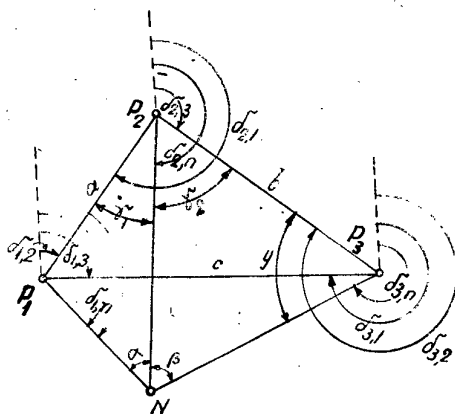
Să se calculeze coordonatele
punctului $N \begin{Bmatrix} x_n \\ y_n \end{Bmatrix}$ 

Fig.57

$$\begin{aligned} d_{1,n} &= d_{1,2} + x \\ d_{2,n} &= d_{2,1} - \gamma_1 = d_{2,3} + \gamma_2 \\ \gamma_1 &= 200 - (\alpha + x) \\ \gamma_2 &= 200 - (\beta + y) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d_{2n} &= d_{2,1} - [(200 - (\alpha + x))] = [d_{2,3} + 200 - (\beta + y)] \\ d_{3,n} &= d_{3,2} - y \end{aligned}$$

Dacă cunoaștem orientările $d_{1,n}$, $d_{2,n}$ și $d_{3,n}$, vom putea calcula coordonatele punctului N ca o intersecție înainte.

Orientările $d_{1,2}$; $d_{2,1}$; $d_{2,3}$; $d_{1,3}$ și $d_{3,1}$, se pot calcula din coordonatele celor 3 puncte date, iar unghiurile α și β sînt măsurate.

$$\operatorname{tg} d_{1,2} = \frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1} ; d_{2,1} = d_{1,2} \pm 200^g ; \operatorname{tg} d_{1,3} = \frac{x_3 - x_1}{y_3 - y_1} ;$$

$$d_{3,1} = d_{1,3} \pm 200^g$$

$\operatorname{tg} d_{2,3} = \frac{x_3 - x_2}{y_3 - y_2}$ și $d_{3,2} = d_{2,3} \pm 200^g$. Pentru a obține valorile orientărilor $d_{1,n}$, $d_{2,n}$ și $d_{3,n}$ trebuie să cunoaștem unghiuri-

- 74 -

le x și y . Acestea le calculăm în modul următor:

Din patrulaterul P_1, P_2, P_3, N avem :

$$x + y + \alpha + \beta + \partial_{2,1} - \partial_{2,3} = 400^\circ$$

$$x + y = 400^\circ - \alpha + \beta + \partial_{2,1} - \partial_{2,3}$$

$$\frac{x+y}{2} = 200 - \frac{\alpha + \beta + \partial_{2,1} - \partial_{2,3}}{2} \quad (1)$$

Această ecuație (1) are două necunoscute x și y . Dacă vom reuși să formăm o a doua ecuație pentru $\frac{x-y}{2}$, vom putea calcula pe x și y . Vom avea $\frac{x+y}{2} = m$; $\frac{x-y}{2} = n$ $\begin{matrix} x = m + n \\ y = m - n \end{matrix}$

Din triunghiurile NP_1P_2 și NP_2P_3 , avem:

$$\frac{s}{a} = \frac{\sin x}{\sin \alpha} ; s = a \frac{\sin x}{\sin \alpha} ; \frac{s}{b} = \frac{\sin y}{\sin \beta} ; s = b \frac{\sin y}{\sin \beta}$$

$$\text{Egalăm aceste două ecuații : } a \frac{\sin x}{\sin \alpha} = b \frac{\sin y}{\sin \beta}$$

$$\frac{\sin x}{\sin y} = \frac{\frac{b}{\sin \beta}}{\frac{a}{\sin \alpha}} = \frac{1}{\operatorname{tg} \varphi} \text{ deci } \frac{\sin x}{\sin y} = \frac{1}{\operatorname{tg} \varphi} ; \frac{\sin x - \sin y}{\sin x + \sin y}$$

$$= \frac{1 - \operatorname{tg} \varphi}{1 + \operatorname{tg} \varphi} ; \frac{\sin x - \sin y}{\sin x + \sin y} = \frac{2 \sin \frac{x-y}{2} \cos \frac{x+y}{2}}{2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}} = \operatorname{tg} \frac{x-y}{2} \operatorname{ctg} \frac{x+y}{2}$$

$$\frac{1 - \operatorname{tg} \varphi}{1 + \operatorname{tg} \varphi} = \frac{\frac{\sin 50}{\cos 50} - \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi}}{\frac{\sin 50}{\cos 50} + \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi}} = \frac{\frac{\sin 50 \cos \varphi - \cos 50 \sin \varphi}{\cos 50 \cos \varphi}}{\frac{\sin 50 \cos \varphi + \cos 50 \sin \varphi}{\cos 50 \cos \varphi}} =$$

$$= \frac{\sin 50 \cos \varphi - \cos 50 \sin \varphi}{\sin 50 \cos \varphi + \cos 50 \sin \varphi} = \frac{\sin (50 - \varphi)}{\sin (50 + \varphi)} = \frac{\cos (50 + \varphi)}{\sin (50 + \varphi)}$$

$$= \operatorname{ctg} (50 + \varphi) = \operatorname{tg} (50 - \varphi)$$

$$\operatorname{tg} \frac{x-y}{2} \operatorname{ctg} \frac{x+y}{2} = \operatorname{tg} (50 - \varphi) ; \operatorname{tg} \frac{x-y}{2} = \operatorname{tg} (50 - \varphi) \operatorname{tg} \frac{x+y}{2}$$

Din această ecuație calculăm $\frac{x-y}{2}$. Având și valoarea pentru $\frac{x+y}{2}$, putem calcula necunoscutele x și y . Cu ajutorul lor calculăm orientările $\partial_{1,n}$, $\partial_{2,n}$ și $\partial_{3,n}$ și apoi coordonatele punctului N ca o intersecție înainte.

Cazul de nedeterminare

Dacă toate cele patru puncte P_1, P_2, P_3 și N se află pe un cerc, atunci avem $x + y = 200$ și $x = 200 - y$ (vezi fig.58)

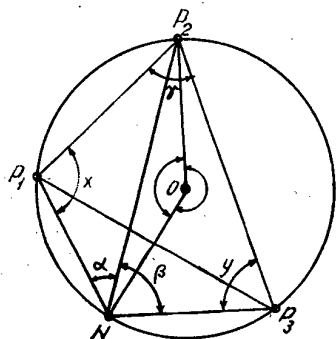


Fig. 58

$$\frac{\sin x}{\sin y} = \frac{\frac{b}{\sin \beta}}{a \sin \alpha} = \frac{1}{\operatorname{tg} \varphi}$$

$$1 = \frac{1}{\operatorname{tg} \varphi} \quad \& \quad 1 \operatorname{tg} \varphi = 1; \quad \varphi = 50,8$$

$$\operatorname{tg} \frac{x-y}{2} = \operatorname{tg} (50^\circ - \varphi) \cdot \operatorname{tg} \frac{x+y}{2}$$

$$\operatorname{tg} \frac{x-y}{2} = 0 \infty \text{ deci caz de neterminare}$$

Calculul altitudinilor prin nivelment
trigonometric.

La executarea tringulației geodezice de ord. IV se determină pentru fiecare punct coordonatele x, y, z . Coordonata z sau altitudinea se determină cu ajutorul nivelmentului trigonometric.

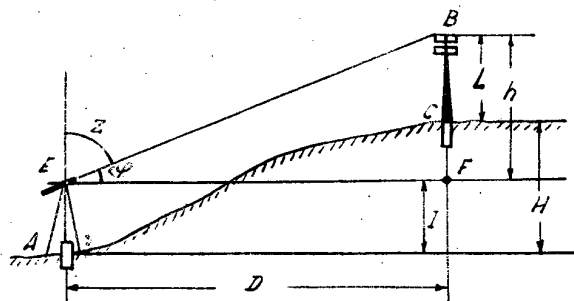


Fig. 59

Distanța D o putem calcula din coordonatele punctelor A și B .

In fig. 59 se cunoaște altitudinea punctului A. Se cere determinarea altitudinii punctului B. Se presupune, că s-a măsurat lungimea semnalului L, înălțime a aparatului I și unghiul φ . Din figură se vede că $H + L = h + I$
 $h = D \operatorname{tg} \varphi$; $H + L = D \operatorname{tg} \varphi + I$
 $H = D \operatorname{tg} \varphi + I - L$ sau (1)
 $H = D \operatorname{ctg} \alpha + I - L$.

- 76 -

Aplicațiile nivelmentului trigonometricPe mare

Ne propunem să stabilim distanța pînă la care putem vedea un punct B de pe suprafața mării, dacă ne găsim într-un punct A, situat la înălțime h . (Fig.60) Pentru determinarea

distanței D , ne folosim de formula:

$$H = D \cdot \operatorname{tg} \varphi + \frac{1-k}{2r} \cdot D^2 \dots (1)$$

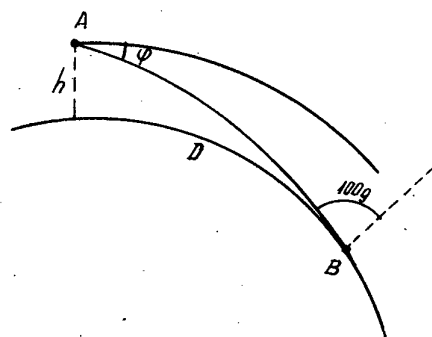


Fig.60

În figura alăturată vedem că viza de la A cu altitudinea h spre B, adică punctul unde viza atinge marea, formează cu orizontul unghiul φ . Distanța între A și B este D . Aplicăm formula de două ori. De la A la B și de la B la A.

$$\text{De la A la B avem: } -h = D \operatorname{tg}(-\varphi) + \frac{1-k}{2r} \cdot D^2 \quad (2)$$

$$\text{De la B la A } +h = D \operatorname{tg} \varphi + \frac{1-k}{2r} \cdot D^2 \quad (3)$$

$$\text{Din ecuația (3) calculăm } D = \sqrt{\frac{2r}{1-k} h}$$

Din experiență s-a constatat că coeficientul k variază între 0, și 0, 25 și luându-se pentru $r = 6380$ km, vom avea D egal $3572,1 \sqrt{h}$ și $D = 4124,7 \sqrt{h}$. Luînd coeficientul de refracție 0,13, vom obține $D = 3830,6 \sqrt{h}$.

Măsurarea unghiului φ poate fi folosită pentru determinarea coeficientului de refracție dacă se cunoaște înălțimea stației. Prin scăderea ecuației (2) din (3) obținem $2h = D \operatorname{tg} \varphi$, $D = \frac{2h}{\operatorname{tg} \varphi}$. Substituind D în ecuația (4) avem $\frac{2h}{\operatorname{tg} \varphi} = \sqrt{\frac{2r}{1-k} h}$ sau $\frac{4h^2}{\operatorname{tg}^2 \varphi} = \frac{2r}{1-k} \cdot h$; $1-k = \frac{r}{2h} \operatorname{tg}^2 \varphi$

Pentru măsurarea unghiului, se va alege la malul mării un punct înalt, cu cota cunoscută.

- 77 -

Măsurarea înălțimilor absolute ale turnurilor

Aceasta se face cu ajutorul nivelmentului trigonometric în două feluri.

a) cu un triunghi ajutător orizontal.

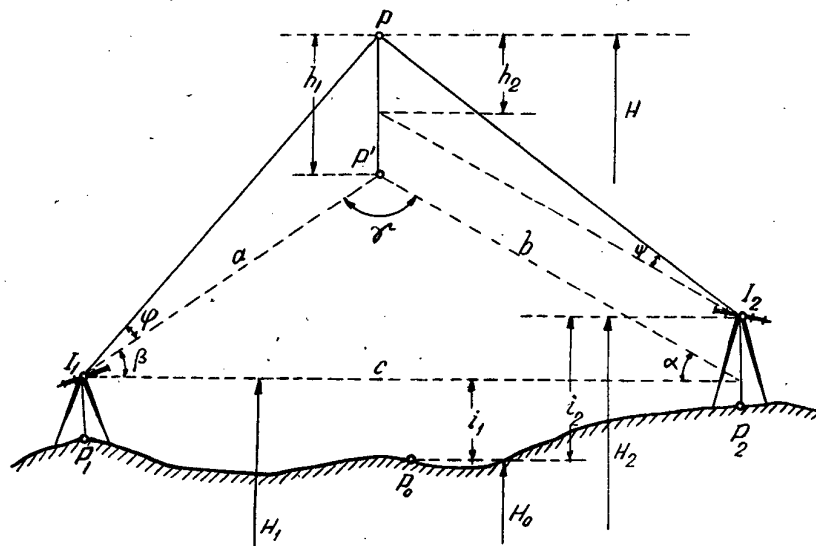


Fig. 61

Se alege o bază P_1P_2 a cărei lungime redusă la orizont este c (fig. 63). Punctele se aleg astfel, încât unghiul sub care este intersectat punctul P din punctele P_1P_2 să nu fie mai mic de 100° .

Distanța P_1P_2 să fie mai mare decât P_1P sau P_2P . Se vor măsura următoarele elemente: Distanța orizontală $P_1P_2 = c$ pe cale directă, altitudinea punctului P_0 prin nivelment geometric; în punctele P_1 și P_2 se vor determina altitudinile absolute ale instrumentelor I_1 și I_2 cu ajutorul punctului P_0 . Se mai măsoară unghiurile orizontale α, β și unghiurile verticale φ și ψ .

În triunghiul orizontal care trece prin punctul I_1 , avem: $a = \frac{c \sin \alpha}{\sin \gamma}$ și $b = \frac{c \sin \beta}{\sin \gamma}$; $\gamma = 200 - (\alpha + \beta)$. Mai

- 78 -

departe se calculează $h_1 = a \operatorname{tg} \varphi$ și $h_2 = b \operatorname{tg} \psi$. Cu ajutorul acestor valori obținem altitudinea absolută a punctului P:

$$H = H_0 + i_1 + h_1 = I_1 + h_1 \text{ și ca control}$$

$$H = H_0 + i_2 + h_2 = I_2 + h_2$$

b) Cu ajutorul unui triunghi vertical:

După figura (62) avem $\Delta h = I_2 - I_1 = h_1 - h_2 = a \operatorname{tg} \varphi - b \operatorname{tg} \psi$ (1)

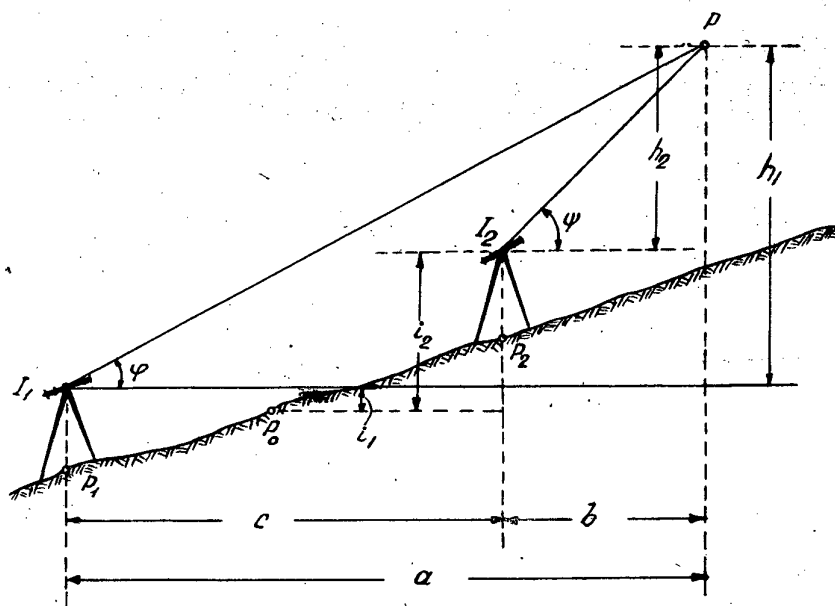


Fig. 62

$$b = a - c ; \Delta h = a \operatorname{tg} \varphi - a \operatorname{tg} \psi + c \operatorname{tg} \psi$$

$$a = \frac{\Delta h - c \operatorname{tg} \psi}{\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \psi} \quad (2)$$

Pentru control se mai calculează :

$$\Delta h = b \operatorname{tg} \varphi + c \operatorname{tg} \psi - b \operatorname{tg} \psi$$

$$b = \frac{\Delta h - c \operatorname{tg} \varphi}{\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \psi} \quad (3)$$

$h_1 = a \operatorname{tg} \varphi$ și cu ecuația (2) avem:

$$h_1 = \frac{\Delta h - c \operatorname{tg} \psi}{\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \psi} \operatorname{tg} \varphi = \frac{\Delta h \operatorname{tg} \varphi - c \operatorname{tg} \psi \operatorname{tg} \varphi}{\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \psi}$$

- 79 -

Impărțind numărătorul și numitorul cu $-\operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \psi \operatorname{ob-}$
ținem :

$$\frac{c - \Delta h \operatorname{ctg} \psi}{\operatorname{ctg} \varphi - \operatorname{ctg} \psi} = h_1 \quad (4)$$

La fel avem :

$h_2 = b \operatorname{tg} \psi$ și substituind valoarea pentru b , avem:

$$h_2 = \frac{\Delta h - c \operatorname{tg} \psi}{\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \psi} \quad \operatorname{tg} \psi = \frac{\Delta h \operatorname{tg} \psi - c \operatorname{tg} \psi \operatorname{tg} \psi}{\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \psi}$$

$$h_2 = \frac{c - h \operatorname{ctg} \psi}{\operatorname{ctg} \varphi - \operatorname{ctg} \psi} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \text{Înălțimea turnului este } H &= H_0 + i_1 + h_1 = H_0 + i_2 + h_2 \\ &= I_1 + h_1 = I_2 + h_2 \end{aligned} \quad (6)$$

Dacă P_2 nu se găsește precis în planul vertical, ce trece prin punctele P și P_1 și are o mică abatere laterală, va trebui să reducem distanța $P_1 P_2 = c'$ la distanța $P_1 P_2 = c$ și unghiul vertical ψ' , măsurat în punctul P'_2 la unghiul ψ în punctul P_2 . Numai după aceasta vom putea folosi formulele din (4) și (5) pentru calculul altitudinii

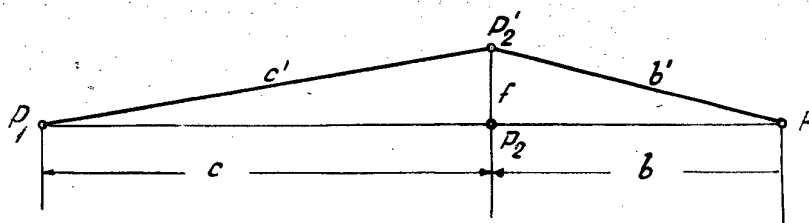


Fig. 63

$$c = c' - \frac{f^2}{2c'} \quad (7)$$

$$b = b' - \frac{f^2}{2b'} ; \quad db = b - b' = -\frac{f^2}{2b'} \quad (8)$$

$$\text{Conform ecuației (3) avem: } b' = \frac{\Delta h - c' \operatorname{tg} \varphi}{\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \psi'}$$

$$\text{și } h_2 = b' \operatorname{tg} \psi' \quad (9)$$

- 80 -

$$\operatorname{tg} \psi' = \frac{h_2}{b'} ; \quad \frac{d \psi'}{\cos^2 \psi'} = - \frac{h_2}{b'^2} db \quad (10)$$

$d \psi' = - \cos^2 \psi' \left(\frac{h_2}{b'} \right) \left(\frac{db}{b'} \right)$; introducând valorile din (8) și (9) obținem:

$$d \psi' = \cos \psi' \sin \psi' \frac{f^2}{2b'^2} = \frac{1}{4} \sin 2 \psi' \left(\frac{f}{b'} \right)^2 \quad (11)$$

$$\psi = \psi' + d \psi' = \psi' + \frac{1}{4} \sin 2 \psi' \left(\frac{f}{b'} \right)^2 \quad (12)$$

$$c = c' - \frac{f^2}{2c'}$$

Cu ajutorul formulelor din (12) se pot calcula h_1 și h_2 ca mai înainte.

Influența sfericității pământului și refracției atmosferice la nivelmentul trigonometric.

Ecuatia $H = D \operatorname{tg} \varphi + I - L$, este valabilă numai pentru distanțe mici pînă la 500 m. La distanțe mai mari, cateta EF (fig. 60) nu se poate considera ca o linie dreaptă din cauza sfericității pământului. La fel, din cauza refracției atmosferice, raza vizuală EB (fig. 60) nu se mai poate considera ca o linie dreaptă. Din această cauză, în cazul distanțelor mai mari de 500 m, în ecuația de mai sus vom adăuga și corecțiile datorite sfericității pământului și refracției atmosferice.

Considerăm fig. 64 Din triunghiul ABB' avem:

$$\frac{h}{D} = \frac{\sin \xi}{\sin \eta} ; \quad h = D \frac{\sin \xi}{\sin \eta} \quad (1)$$

Va trebui să determinăm unghiurile ξ și η .

Aceasta se poate face în două feluri :

1) Prin măsurarea unghiurilor zenitale ale laturei AB simultan în ambele puncte (A și B) și

2) Prin măsurarea unghiului zenital numai într-un singur punct, de exemplu în A.

- 81 -

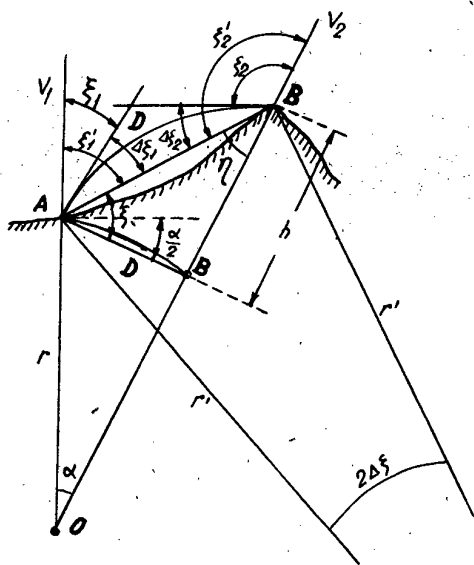


Fig. 64

Măsurarea unghiului zenital în punctul A.

ξ'_1 este unghiul zenital adevărat; ξ_1 este unghiul zenital aparent (măsurat)

În punctul B

ξ_2 este unghiul zenital adevărat; ξ'_2 este unghiul zenital aparent. Unghiurile $\Delta\xi_1$ și $\Delta\xi_2$ reprezintă unghiurile de refracție respective.

Cu aparatul se măsoară

ξ_1 și ξ_2 .

$$\xi'_1 = \xi_1 + \Delta\xi_1$$

$$\xi'_2 = \xi_2 + \Delta\xi_2 \quad (2)$$

Din fig. 64 se pot calcula următoarele relații între unghiurile din punctele A și B:

$$\xi_1 + \Delta\xi_1 + \xi + (100 - \frac{\alpha}{2}) = 200^g; \quad \xi = 100 - (\xi_1 + \Delta\xi_1 - \frac{\alpha}{2})$$

$$\xi_2 + \Delta\xi_2 + \eta = 200^g$$

$$\eta = 200 - (\xi_2 + \Delta\xi_2)$$

(3)

Substituind valorile din (3) în ecuația (1), vom avea:

$$h = D \frac{\cos(\xi_1 + \Delta\xi_1 - \frac{\alpha}{2})}{\sin(\xi_2 + \Delta\xi_2)}$$

1) Măsurarea unghiurilor zenitale ale laturei AB simultan.

Presupunem că se măsoară simultan în ambele puncte unghiurile zenitale. În acest caz se poate lua $\Delta\xi_1 = \Delta\xi_2$.

Fasc.6 C-da 1506/958

- 82 -

Din triunghiul CAB avem:

$$\left. \begin{aligned} \xi_1 + \Delta \xi_1 &= 200 - (\xi_2 + \Delta \xi_2) + \alpha = \eta + \alpha \\ \xi_2 + \Delta \xi_2 &= 200 - (\xi_1 + \Delta \xi_1) + \alpha = \xi + 100 - \frac{\alpha}{2} \end{aligned} \right\} (5)$$

Din aceste două ecuații căpătăm:

$$\Delta \xi_1 = \Delta \xi_2 = 100 - \frac{\xi_1 + \xi_2}{2} + \frac{\alpha}{2} = 100 - \left(\frac{\xi_1 + \xi_2}{2} - \frac{\alpha}{2} \right) \quad (6)$$

Din (5) avem:

$$\begin{aligned} \xi &= \xi_2 + \xi_2 - \left(100 + \frac{\alpha}{2} \right) = \xi_2 + 100 - \left(\frac{\xi_1 + \xi_2}{2} - \frac{\alpha}{2} \right) - \left(100 + \frac{\alpha}{2} \right) = \\ &= \frac{\xi_2 - \xi_1}{2} \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \eta &= \xi_1 + \Delta \xi_1 - \alpha = \xi_1 + 100 - \left(\frac{\xi_1 + \xi_2}{2} - \frac{\alpha}{2} \right) - \alpha = \\ &= 100 - \frac{\xi_2 - \xi_1 + \alpha}{2} \end{aligned}$$

Substituind aceste valori în ecuația (1), avem:

$$h = \frac{D \sin \frac{\xi_2 - \xi_1}{2}}{\cos \left(\frac{\xi_2 - \xi_1}{2} + \frac{\alpha}{2} \right)} \quad (8)$$

Această ecuație are avantajul că nu cuprinde unghiul de refracție

$$\begin{aligned} h &= D \frac{\sin \frac{\xi_2 - \xi_1}{2}}{\cos \frac{\xi_2 - \xi_1}{2} \cos \frac{\alpha}{2} - \sin \frac{\xi_2 - \xi_1}{2} \sin \frac{\alpha}{2}} = \\ &= D \frac{\operatorname{tg} \frac{\xi_2 - \xi_1}{2} \cdot \frac{1}{\cos \frac{\alpha}{2}}}{1 - \operatorname{tg} \frac{\xi_2 - \xi_1}{2} \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}} \end{aligned}$$

- 83 -

Unghiul α fiind mic, se poate lua $\cos \frac{\alpha}{2} = 1$ și în loc de $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{\alpha}{2}$ și vom avea :

$$h = D \frac{\operatorname{tg} \frac{\xi_2 - \xi_1}{2}}{1 - \frac{\alpha}{2} \operatorname{tg} \frac{\xi_2 - \xi_1}{2}} = D \operatorname{tg} \frac{\xi_2 - \xi_1}{2} (1 - \frac{\alpha}{2} \operatorname{tg} \frac{\xi_2 - \xi_1}{2})^{-1}$$

Înlocuind pe D cu valoarea :

$$D = r \cdot \alpha; \quad \alpha = \frac{D}{r}; \quad \frac{\alpha}{2} = \frac{D}{2r}, \text{ avem :}$$

$$h = D \operatorname{tg} \frac{\xi_2 - \xi_1}{2} \left(1 - \frac{D}{2r} \cdot \operatorname{tg} \frac{\xi_2 - \xi_1}{2} \right)^{-1} = D \operatorname{tg} \frac{\xi_2 - \xi_1}{2} + \frac{D^2}{2r} \operatorname{tg}^2 \frac{\xi_2 - \xi_1}{2} \quad (9)$$

Termenul $\frac{D^2}{2r} \operatorname{tg}^2 \frac{\xi_2 - \xi_1}{2}$ reprezintă influența sfericității pământului asupra măsurării altitudinii.

2) Măsurarea unghiului zenital într-un singur punct.

În practică se va întâmpla foarte rar cazul că se vor măsura simultan în ambele puncte unghiurile zenitale. De obicei se măsoară unghiurile zenitale numai în câte o stație. Conform ecuațiilor (3) și (7) am avut:

$$\left. \begin{aligned} \text{din (3)} \quad \xi &= 100 - (\xi_1 + \Delta \xi_1 - \frac{\alpha}{2}) \\ \text{din (7)} \quad \eta &= \xi_1 + \Delta \xi_1 - \alpha \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Substituind aceste valori în ecuația (1), avem:

$$h = D \frac{\cos(\xi_1 + \Delta \xi_1 - \frac{\alpha}{2})}{\sin(\xi_1 + \Delta \xi_1 - \alpha)} \quad (11)$$

În ecuația (11) avem unghiul zenital aparent și unghiul de refracție în punctul A.

Putem folosi și valorile obținute pentru ξ și η din ecuațiile (7) și (3). Astfel vom avea:

- 84 -

$$\left. \begin{array}{l} \text{din (7)} \quad \xi = \xi_2 + \Delta\xi_2 - (100 + \frac{\alpha}{2}) \\ \text{din (3)} \quad \eta = 200 - (\xi_2 + \Delta\xi_2) \end{array} \right\} \quad (12)$$

Substituind expresiile din (12) în ecuația (1) vom avea

$$h = -D \frac{\cos(\xi_2 + \Delta\xi_2 - \frac{\alpha}{2})}{\sin(\xi_2 + \Delta\xi_2)} \quad (13)$$

Relația (13) conține unghiul zenital aparent și unghiul de refracție în punctul B.

Din fig.64 se vede că arcul $AB' = D = r\alpha$; sau $\alpha = \frac{D}{r}$

$AB' = AB = r' \cdot 2\Delta\xi_1$. Egalînd, avem: $\alpha = 2 r' \Delta\xi_1$

Între r și r' este relația $r = kr'$, în care k este o constantă.

Atunci:

$$kr'\alpha = 2r'\Delta\xi_1$$

$$k\alpha = 2\Delta\xi_1; \Delta\xi_1 = k \frac{\alpha}{2}; \Delta\xi_1 - \frac{\alpha}{2} = k \frac{\alpha}{2} - \frac{\alpha}{2} = -\frac{\alpha}{2} (1 - k) \quad (14)$$

$$\Delta\xi_1 - \alpha = k \frac{\alpha}{2} - \alpha = -\alpha (1 - \frac{k}{2})$$

Substituim valorile din (14) în (11) și obținem:

$$h = D \frac{\cos[\xi_1 - \frac{\alpha}{2} (1 - k)]}{\sin[\xi_1 - \alpha(1 - \frac{k}{2})]} \quad (15)$$

Formula se dezvoltă în modul următor :

$$h = D \frac{\cos \xi_1 + (1-k) \frac{\alpha}{2} \sin \xi_1}{\sin \xi_1 - (1 - \frac{k}{2}) \cos \xi_1} = D \frac{\cos \xi_1 [1 + (1-k) \frac{\alpha}{2} \operatorname{tg} \xi_1]}{\sin \xi_1 [1 - (1 - \frac{k}{2}) \alpha \operatorname{ctg} \xi_1]}$$

$$= D \operatorname{ctg} \xi_1 [1 + (1-k) \frac{\alpha}{2} \operatorname{tg} \xi_1] [1 + (1 - \frac{k}{2}) \alpha \operatorname{ctg} \xi_1] =$$

$$= D \operatorname{ctg} \xi_1 + (1-k) \frac{\alpha}{2} D + (1 - \frac{k}{2}) \alpha D \operatorname{ctg}^2 \xi_1 + \dots \text{ (restul se neglijează).}$$

- 85 -

Inlocuim pe α cu valoarea : $\alpha = \frac{D}{r}$. și avem:

$$h = D \operatorname{ctg} \xi_1 + \frac{(1-k)D^2}{2r} + (1 - \frac{k}{2}) \frac{D^2}{r} \operatorname{ctg}^2 \xi_1$$

Al treilea membru se poate neglija în cele mai multe cazuri, astfel că formula care se folosește în practică este:

$$h = D \operatorname{ctg} \xi_1 + \frac{1-k}{2r} D^2 \text{ și} \quad (16)$$

$H = D \operatorname{ctg} \xi_1 + \frac{1-k}{2r} D^2 + (I - L)$, în care $\frac{D^2}{2r}$ este corecția din cauza sfericității pământului, iar $\frac{D^2}{2r} k$ corecția cauzată de refracție.

$$\text{Dacă am transforma ecuația (13) } h \pm - D \frac{\cos (\xi_2 + \Delta \xi_2 - \frac{\alpha}{2})}{\sin (\xi_2 + \Delta \xi_2)}$$

cu cea de la ecuația (11), vom obține:

$$h = - D \operatorname{ctg} \xi_2 - (1-k) \frac{D^2}{2r} \quad (17)$$

Dacă adunăm ecuația (16) cu (17), obținem:

$$\begin{aligned} 2h &= D(\operatorname{ctg} \xi_1 - \operatorname{ctg} \xi_2) \text{ și } h = \frac{D}{2} (\operatorname{ctg} \xi_1 - \operatorname{ctg} \xi_2) = \\ &= D \frac{\sin(\xi_2 - \xi_1)}{2 \sin \xi_1 \sin \xi_2} \end{aligned}$$

formulă care nu conține coeficientul de refracție.

Determinarea coeficientului de refracție

Ne folosim de formula care ne dă cu aproximație altitudinea:

$$\begin{aligned} h &= D \operatorname{ctg} \xi_1 + \frac{1-k}{2r} D^2 \\ (1-k) &= (h - D \operatorname{ctg} \xi_1) \frac{2r}{D^2} \\ k &= 1 - (h - D \operatorname{ctg} \xi_1) \frac{2r}{D^2} \end{aligned}$$

- 86 -

Cunoscându-se valorile h, D, ξ_1 și r , obținem valoarea lui k . Dacă nu le cunoaștem, le putem determina și-l vom obține apoi pe k .

Coeficientul k se poate determina și prin măsurători simultane ale unghiurilor zenitale. În acest caz putem presupune:

1) că unghiurile de refracție sînt egale $\Delta\xi_1 = \Delta\xi_2$, ceea ce este just în cazul măsurărilor simultane și la o depărtare nu prea mare a punctelor A și B sau

2) că unghiurile de refracție $\Delta\xi_1$ și $\Delta\xi_2$ nu sînt egale.

1) În primul caz avem: $\Delta\xi_1 = \Delta\xi_2 = \frac{k}{2}\alpha$

Folosind ecuația (5), avem $2\Delta\xi_1 = \alpha - (\xi_1 + \xi_2 - 200^g)$ și
 $k\alpha = \alpha - (\xi_1 + \xi_2 - 200^g)$; $k = 1 - \frac{\xi_1 + \xi_2 - 200^g}{\alpha}$ (18)

2) Dacă din diferite motive nu se pot lua $\Delta\xi_1 = \Delta\xi_2$ atunci va fi necesar să determinăm altitudinea H printr-un nivelment geometric de precizie, iar D să fie determinat printr-o lucrare geodezică.

$$\begin{aligned} \text{În acest caz avem } h &= D \frac{\cos(\xi_1 + \Delta\xi_1 - \frac{\alpha}{2})}{\sin(\xi_1 + \Delta\xi_1 - \alpha)} = \\ &= -D \frac{\cos(\xi_2 + \Delta\xi_2 - \frac{\alpha}{2})}{\sin(\xi_2 + \Delta\xi_2)} \quad \text{conform (11) și (13).} \end{aligned}$$

În aceste ecuații se cunosc h, D și unghiurile ξ_1 și ξ_2 , prin urmare se poate calcula:

$$\begin{aligned} \Delta\xi_1 &= \frac{k}{2}\alpha & \text{și } k &= \frac{2\Delta\xi_1}{\alpha} \\ \Delta\xi_2 &= \frac{k'}{2}\alpha & k' &= \frac{2\Delta\xi_2}{\alpha} \end{aligned}$$

- 87 -

Comparând k și k' , ne putem convinge dacă coeficienții de refracție în cele două stații A și B sînt egali. Din diferite cercetări s-a constatat că cei doi coeficienți sînt egali, adică $k = k'$. Coeficientul de refracție crește pe același loc, proporțional cu presiunea atmosferică și depinde foarte mult de compoziția solului pe care se află straturile atmosferice, prin care trec razele solare. Deasupra mării, el se micșorează proporțional cu înălțimea.

Reducerea unghiurilor zenitale măsurate, la punctul vizat.

La determinarea altitudinilor prin măsurarea unghiurilor zenitale reciproce se presupune că, în ambele stații, centrul cercului vertical se află în același punct, care a fost vizat din cealaltă stație. Aceasta, însă, nu este în general realizabil, fiindcă punctul este semnalizat printr-un semnal înalt sau piramidă sau printr-un turn. În general se vizează scîndura superioară a fluturului sau fața superioară a lăzii negre a piramidei; instrumentul se așează pe verticala piciorului semnalului sau la fereastra unui turn, în poziție excentrică. Va trebui deci redus unghiul zenital măsurat la punctul vizat.

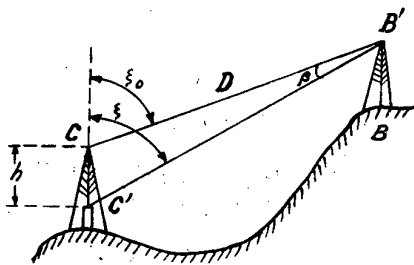


Fig. 65

Să presupunem că ne-a așezat cu teodolitul sub o piramidă. Se măsoară unghiul zenital ξ în loc de ξ_0 . la o distanță de $CC' = h$ de la punctul C (fig. 65). $\xi_0 = \xi + \beta$; $C'B' = D$. se poate lua cu aproximație ca distanță orizontală între punctele A și B.

$$\frac{D}{h} = \frac{\sin \xi}{\sin \beta}; \quad \sin \beta = \frac{h}{D} \sin \xi;$$

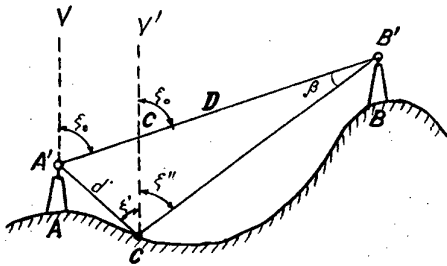
$$\beta^{cc} = \rho^{cc} \frac{h}{D} \sin \xi$$

$$= \xi + \beta = \xi + \rho^{cc} \frac{h}{D} \sin \xi$$

- 88 -

Dacă instrumentul nu se poate așeza pe verticala punctului vizat, ca la turnuri, paratrăznete etc. fiind inaccesibile, ne vom așeza cu aparatul în planul vertical al punctelor A și B. De ex. în punctul C (fig.66). Din această figură rezultă:

$$\frac{d}{D} = \frac{\sin \beta}{\sin(\xi' + \xi'')}$$



$$\sin \beta = \frac{d}{D} \sin(\xi' + \xi'') = \beta$$

$$\xi_0 = \xi'' + \beta = \xi'' + \rho'' \frac{d}{D} \sin(\xi' + \xi'')$$

Distanța d se determină pe cale indirectă.

Fig.66

Verificarea și rectificarea teodolitului pentru măsurarea unghiurilor verticale.

Pentru măsurarea unghiurilor verticale teodolitul trebuie să îndeplinească următoarele condiții:

- 1) Axa orizontală să fie perpendiculară pe cercul vertical.
- 2) Axa orizontală să treacă prin centrul cercului vertical.
- 3) Planul vizual să treacă prin axa orizontală

Condiția 1) este îndeplinită prin construcția aparatului.

Dacă axa orizontală nu trece prin centrul cercului vertical (condiția 2), avem o eroare la fel cu excentricitatea alidadei de la unghiurile orizontale. Ea se elimină prin citirea la ambele microscopie ale cercului vertical.

Dacă planul vizual nu trece prin axa orizontală, avem o eroare care corespunde erorii de excentricitate a planului vizual de la măsurarea unghiurilor orizontale. Ea se elimină prin măsurarea vizei în ambele poziții ale lunetei.

Procedeul de măsurare a unghiurilor verticale.

Se pune firul orizontal al reticulelor pe marginea superioară a scîndurei superioare a fluturului semnalului. Se pune apoi bula cu aer a nivelei cercului vertical între repere și se citește la ambele microscopie. Se dă apoi luneta peste cap, se întoarce alidada cu 200° și se vizează din nou, ca la prima poziție a lunetei. Se pune apoi din nou bula cu aer a nivelei cercului vertical între repere și se citește din nou. Se ia apoi media celor două măsurători.

Calculul altitudinilor prin nivelment trigonometric.

Calculul altitudinilor punctelor geodezice de ord. IV se face prin drumuri și radieri. Drumurile se fac de obicei între două puncte cu cote cunoscute, determinate fie prin nivelment geometric, fie prin nivelment trigonometric. Se vor folosi punctele de nivelment geometric sau trigonometric aflate în cuprinsul rețelei geodezice, ce se execută, sau în lipsă, pe cele din afara ei. Presupunînd cazul că dezvoltăm nivelmentul printr-o drumuire între punctele P_1 și P_2 , trecînd prin punctele A, B, C, D (fig. 67) se va proceda în modul următor:

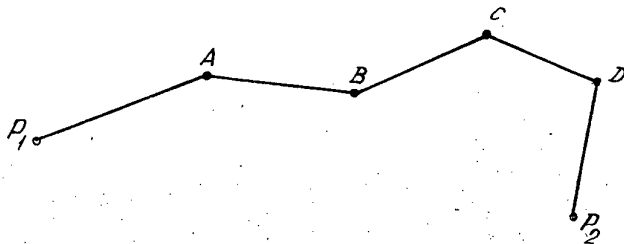


Fig. 67

se vor determina consecutiv cotele punctelor A, B... cu ajutorul ecuației (16) pînă la punctul P_2 . Cota obținută a acestui punct va trebui să coincidă cu cota dată. Se admite o eroare de neînchi-

dere de $\pm 25 \text{ cm} \sqrt{n-1}$, în care n este numărul stațiilor din drumuire. La orașe se admite o eroare de $\pm 0,03 \sqrt{n}$. Dacă neînchiderea rămîne sub eroarea admisibilă atunci ea se va repartiza tuturor diferențelor de nivel, proporțional cu distanțele dintre punctele respective.

În cazul că n-avem posibilitatea de a ne lega de puncte cu cote cunoscute, vom pleca de ^{la} un punct a cărui cotă o vom lua

- 90 -

de pe o hartă sau îi vom atribui o cotă arbitrară. Vom pleca de la acest punct, parcurgînd pe cît posibil punctele periferice ale suprafeței triangulate, închizînd drumuirea pe punctul de plecare. Acest circuit închis va trebui controlat prin drumuri transversale de la A la F și de la C la H.

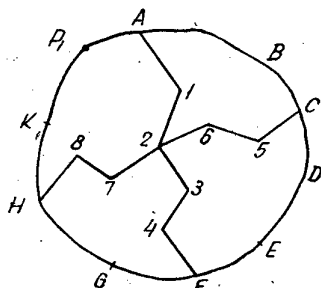


Fig. 68

Punctul doi se va putea compensa ca punct modal.

Intre punctele cu cotele deja cunoscute se vor putea face alte drumuri. Se vor determina apoi celelalte puncte prin radieri, astfel ca fiecare punct să fie determinat din cel puțin trei radieri. Se vor obține trei valori pentru punctul respectiv. Se va forma media celor trei valori care nu trebuie să se abată

de la fiecare valoare cu mai mult decît ± 25 cm. Se va avea în vedere ca punctul radiat să fie determinat din puncte din diferite drumuri. Este bine ca atît la drumuri cît și la radieri să se folosească vizele dus și întors, luînd apoi media valorilor obținute.

Exemplu practic pentru calculul altitudinilor pe cale trigonometrică prin drumuiri și radieri.

$A t = a t [D \operatorname{ctg} z + \frac{1-K}{2r} D^2 + (1-L)]$						$A t = a t [D \operatorname{tg} \varphi + \frac{1-K}{2r} D^2 + (1-L)]$							
Puncte		$z(\xi)$ sau φ	Distanța			ctg. z sau tg. φ	$\frac{K}{2r}$	I	L	Diferența de nivel		Altitudinea absolută	Punctul
din	la		Δx	Δy	D					deduse	corecție		
Drumuire între punctele 10 și P_1													
10	57	100-28-53	2074,37	57,61	2075,17	-0,004482	0,28	1,41	3,58	-11,19	+0,01	162,56	10
57	12	99-49-87	1226,42	93,09	1229,95	+0,007884	0,10	1,40	4,67	+6,53	-	151,38	57
12	44	100-00-00	1711,60	139,52	1797,02	-	0,21	1,40	3,75	-2,14	+0,01	157,91	12
43	44	100-23-26	799,12	1813,18	1981,51	-0,003654	0,28	1,48	4,15	+9,73	+0,01	155,78	44
43	42	100-04-51	1585,98	619,00	1656,02	-0,000709	0,18	1,48	4,55	-4,07	+0,01	165,52	43
42	14	99-68-28	1114,90	294,12	1153,04	+0,004385	0,09	1,47	4,45	+2,86	-	161,46	42
14	15	99-84-28	1146,24	338,68	1195,23	+0,002469	0,09	1,39	3,80	+0,63	-	164,32	14
15	9	99-73-69	877,22	78,50	880,72	+0,004133	0,05	1,43	4,47	+0,65	-	164,95	15
9	8	99-80-33	1747,87	484,02	1813,60	+0,003090	0,21	1,36	3,62	+3,55	+0,01	165,60	9
8	6	100-08-83	1351,81	1008,53	1886,57	-0,001387	0,18	1,33	3,48	-4,31	+0,01	169,16	8
P_1	6	99-89-79	915,85	856,31	1253,81	+0,001604	0,10	1,20	3,48	+0,17	-	164,86	6
										164,97	-	165,03	P_1
										165,03	-		
										-0,08	-		
Punct radiat Nr. 3													
												Altitudinea calculată	
4	3	100-27-42	160,51	1757,60	1764,92	-0,004307	0,20	1,38	4,42	-10,44	145,68	156,12	3
26	3	100-28-03	1097,68	1767,37	2080,50	-0,004419	0,28	1,39	4,42	-11,94	145,62	157,56	145,65
24	3	99-65-50	717,24	338,47	793,09	+0,005419	0,04	1,46	4,42	+1,38	145,64	144,28	
Punctul Nr. 41													
41	40	100-26-80	123,28	1450,74	1455,97	+0,004210	0,14	1,47	4,30	+8,82	148,52	139,70	41
3	41	99-68-53	1094,85	308,41	1137,73	+0,005248	0,08	1,32	4,43	+2,94	148,59	146,65	148,53
58	41	99-42-60	912,53	1352,78	1631,78	+0,009017	0,17	1,44	4,43	+11,89	148,49	136,60	

- 92 -

Notiuni despre proiectiunea stereografică și Gauss-Krüger.

Proiecțiunile folosite în R.P.R. sînt: proiecțiunea stereografică cu plan secant unic, ce se utilizează în lucrările executate de instituțiile civile, și proiecțiunea Gauss-Krüger, folosită pentru harta țării.

Proiecțiunea stereografică

În această proiecțiune, figurile geometrice de pe elipsoid se proiectează direct într-un plan tangent sau secant al sferei de referință. Raza acestei sfere este media geometrică a razelor principale de curbură a elipsoidului în punctul de origină a sistemului de axe. $R = \sqrt{MN}$

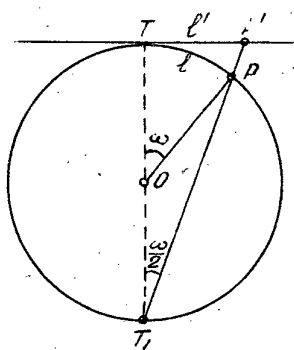


Fig.69

Proiecțiunea stereografică cu plan tangent.

În centrul T al suprafeței ce trebuie proiectată, ducem un plan tangent la sfera de referință (fig. 69). Punctul T_1 , diametral opus punctului de tangență, se numește punctul stereografic. Proiecția P' în planul tangent a unui punct P de pe sferă se obține prin legarea acestui punct

cu punctul/stereografic T_1 și prelungind această rază pînă ce înțeapă planul tangent în punctul P' . Arcul TP al cercului mare se proiectează ca dreapta TP' . În această proiecție, lungimile se deformează, adică devin mai mari. Deformația se poate calcula astfel: fie l lungimea arcului TP și ω unghiul în grade corespunzător arcului l , iar l' proiecția lui, avem:

$$l' = 2 R \operatorname{tg} \frac{\omega}{2}; \quad dl' = R \frac{1}{\cos^2 \frac{\omega}{2}} \cdot d\omega;$$

$$l = R\omega; \quad dl = R d\omega; \quad d\omega = \frac{dl}{R}$$

- 93 -

$$dl' = R \frac{1}{\cos^2 \frac{\omega}{2}} \cdot \frac{dl}{R} = \frac{1}{\cos^2 \frac{\omega}{2}} \cdot dl \text{ și } \frac{dl'}{dl} = \frac{1}{\cos^2 \frac{\omega}{2}}$$

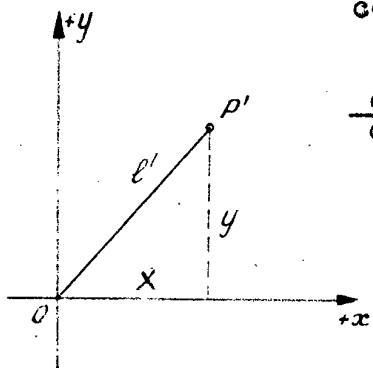
Din fig. 69 se vede că $\cos \frac{\omega}{2} = \frac{2R}{T_1 P'} = \frac{2R}{\sqrt{4R^2 + l'^2}}$;

iar conform fig. 70 se constată că

$$l'^2 = x^2 + y^2 \text{ și urmează: } \cos \frac{\omega}{2} = \frac{2R}{\sqrt{4R^2 + x^2 + y^2}}$$

$$\cos^2 \frac{\omega}{2} = \frac{4R^2}{4R^2 + x^2 + y^2}$$

$$\frac{1}{\cos^2 \frac{\omega}{2}} = \frac{4R^2 + x^2 + y^2}{4R^2} = 1 + \frac{x^2 + y^2}{4R^2}$$



$$\frac{dl'}{dl} = 1 + \frac{x^2 + y^2}{4R^2}; \text{ pentru } dl = 1 \text{ km avem:}$$

$$dl' = 1 \text{ km} + \frac{x^2 + y^2}{4R^2}$$

Valoarea $\frac{x^2 + y^2}{4R^2}$ este deci deformația unei unități de lungime; $4R^2$, fiind constant, deformația depinde de valoarea $x^2 + y^2 = l'^2$. Observăm că această valoare reprezintă ecuația unui cerc cu centrul în originea axelor. Deformația este deci aceeași de-a lungul unui cerc cu centrul în punctul de tangență. Deformația variază cu depărtarea de la centru, precum urmează: la o depărtare de

90 km avem o deformație de 5 cm/km

128	"	"	10	"	"
150	"	"	15	"	"
180	"	"	20	"	"
202	"	"	25	"	"
221	"	"	30	"	"
239	"	"	35	"	"
255	"	"	40	"	"
300	"	"	55	"	"

- 94 -

Din tabloul de mai sus se vede că la o depărtare de 156 km de la origină, avem o deformare de 15 cm/km, ceea ce corespunde erorii admisibile la determinarea coordonatelor unui punct geodezic de ordin IV. În sud-estul Dobrogei sau la frontiera vestică a țării am avea o deformare de 1 m/km, dacă am avea un singur plan tangent cu centrul în apropierea Orașului Stalin. Această deformare mare nu este însă admisibilă pentru lucrările topografice în special pentru acelea redactate la scări mari. S-a căutat să se micșoreze această deformare fie prin mai multe plane tangente, fie prin înlocuirea planului tangent printr-un plan secant, lucru ce s-a realizat în RPR începând din anul 1933. În general se pune problema ce este de preferat: un singur sistem de axe sau mai multe sisteme de axe? La mai multe sisteme de axe avem avantajul că deformările sînt micșorate față de cazul unui singur sistem de axe, în schimb avem dezavantajul că în regiunile comune ambelor sisteme de axe va trebui să calculăm coordonatele în ambele sisteme. La un singur sistem de axe avem avantajul că toate planurile au o orientare unică, în schimb deformările prea mari la periferia țării.

Calitățile proiecțiunii stereografice

1. Toate cercurile mari ce trec prin punctul de tangență T se proiectează ca linii drepte, ce se intersectează în punctul T (fig.71).

2. Cercurile paralele la planul tangent al sferei se proiectează ca cercuri cu centrul în T și cu raze deformate. Cercul A,B (fig.72) se proiectează tot ca cerc A'B'. Dacă proiectăm toate punctele cercului AB în planul T se naște un con cu vârful în punctul T_1 și cu înălțimea TT_1 , care este intersectat de planul tangent după cercul A'B'.

Toate cercurile ce le vom obține prin intersecția sferei cu plane paralele la planul tangent se vor proiecta ca cercuri concentrice cu centrul în T.

3. Lungimile aflate pe un cerc cu centrul în punctul de tangență, care este și originea axelor, vor suferi aceeași deformare, fiindcă toate punctele au aceeași depărtare de la cen-

- 95 -

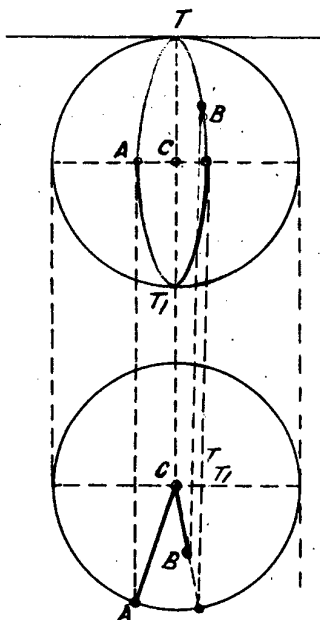


Fig. 71

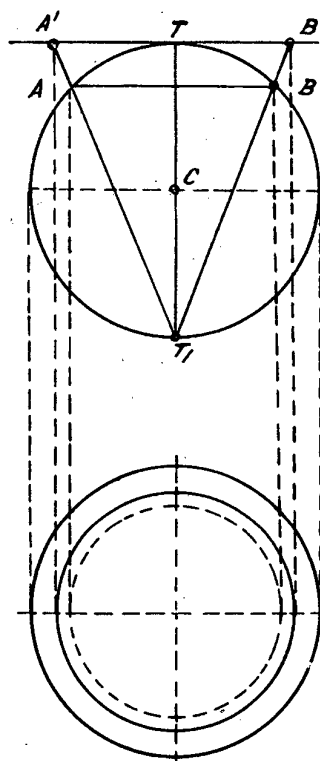


Fig. 72

tru și conform celor arătate mai înainte, deformațiile depind de depărtările față de centru.

4. Proiecția stereografică a oricărui cerc de pe sferă este tot un cerc.

Să ne închipuim un con oblic cu bază circulară AB cu vârful în S și cu unghiurile de înclinare α și β ale generatoarelor maxime și minime față de bază. Ducând un plan prin B cu

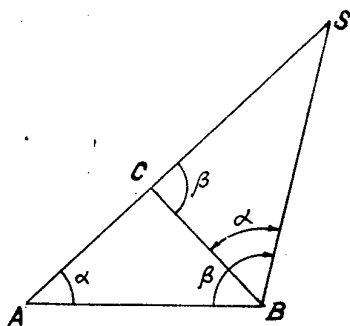


Fig. 73

unghiul de înclinare α față de generatoarea SB, el va intersecta conul tot după un cerc, din următoarele motive : conul SCB este asemenea cu conul ASB, fiindcă unghiurile α în ambele conuri sînt egale și unghiul în S este comun ambelor conuri. Prin urmare și unghiurile β sînt egale.

- 96 -

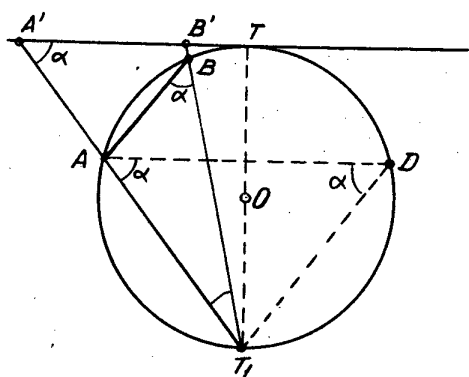


Fig. 74

Sfera reprezentată prin meridianul TAT_1 (fig. 74) este intersectată de un plan perpendicular pe acest meridian, după cercul AB . El se proiectează în planul tangent ca $A'B'$, care este tot un cerc. Prin proiectarea cercului AB se formează două conuri asemenea ABT_1 și $A'B'T_1$, în care unghiul din T_1 este comun ambelor conuri:

$$\angle T_1AD = \angle T_1DA = \alpha \text{ ca unghiuri simetrice.}$$

Unghiului T_1DA îi corespunde arcul T_1A . Acestui arc îi corespunde și unghiul din B . Unghiul T_1AD este egal cu unghiul $T_1A'T$, prin urmare $\angle T_1A'T = \angle ABT_1 = \alpha$. Cele două conuri sînt deci asemenea și conform celor arătate mai înainte, $A'B'$ este tot un cerc.

5) În proiecțiunea stereografică unghiurile figurilor mici de pe sferă se proiectează nedeformate. Proiecțiunea este deci conformă.

În fig. 75 ni se dă sfera cu centrul în O . În punctele diametral opuse T și T_1 ducem două plane tangente paralele Q și Q' . Printr-un punct oarecare P de pe sferă ducem două cercuri mari PHK și PFG . Ducem apoi tangentele în punctul P la cele două cercuri. Aceste două tangente determină unghiul sferic α . Prelungim aceste două tangente pînă ce întăpă planul Q_1 în punctele A și B . Unim aceste puncte cu punctul T_1 .

Se formează două triunghiuri APB și AT_1B . În aceste triunghiuri latura AP este egală cu latura AT_1 ca tangenta la sferă, din același punct exterior. La fel, latura PB este egală cu latura BT_1 , iar latura AB este comună ambelor triunghiuri. Cele două triunghiuri sînt deci egale. Laturei comune AB i se opune în ambele triunghiuri unghiuri α în P și în T_1 . Cele două unghiuri α sînt deci egale.

- 97 -

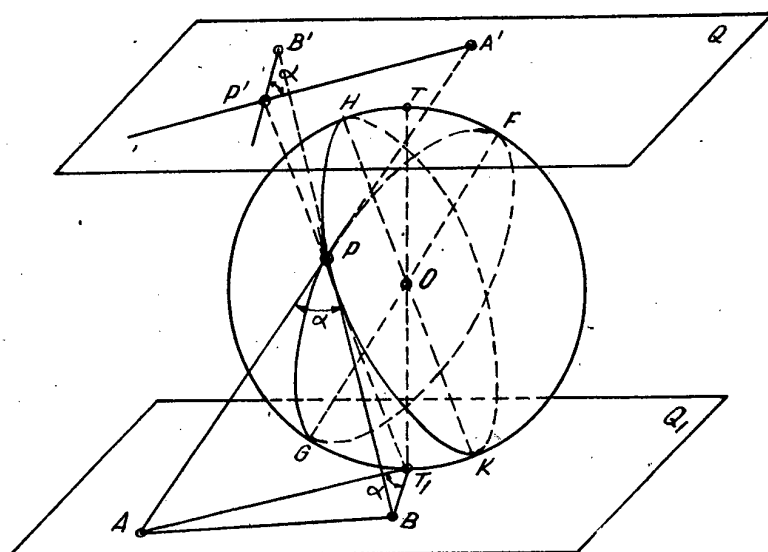


Fig. 75

Proiectăm apoi punctul P în planul Q , legîndu-l cu punctul T_1 și, prelungind raza pînă ce înțeapă planul Q în P' . La fel, prelungim dreptele AP și BP pînă ce înțeapă planul Q în punctele A' și B' . Presupunem că am duce un plan prin dreptele PB și PT_1 . Acest plan va intersecta planul Q după dreapta $P'B'$ și planul Q_1 după dreapta T_1B . Cele două drepte sînt paralele, fiindcă două plane paralele sînt intersectate de un al treilea plan după două drepte paralele. Ducînd un plan prin dreptele PT_1 și AP , el va intersecta planurile Q și Q_1 după dreptele $P'A'$ și AT_1 care sînt paralele din motivele arătate mai înainte. Dreptele $A'P'$ și $B'P'$, fiind paralele la dreptele AT_1 și T_1B formînd unghiul α în punctul T_1 , vor forma și ele același unghi α în punctul P' . Acest unghi nu este altceva decît proiecția stereografică a unghiului de pe sferă.

Proiecția stereografică cu plan secant

Pentru micșorarea deformației, care la periferia țării devine prea mare, atunci cînd folosim un singur plan tangent s-a introdus, începînd din anul 1933, proiecția stereografică

Facș.7 C-da 1506/958

- 98 -

cu plan secant. In fig. 76 A'TM' reprezintă un plan tangent, iar IM un plan secant, paralel la planul tangent. Proiecția în planul tangent a arcului $l = TM$ de pe sferă este dreapta $TM' = t$ de pe sferă este dreapta $TM' = t$; iar în planul secant, dreapta $NM = s$.

Din $\triangle TMN$ avem: $s = m \cos \frac{\omega}{2}$ (1)

Din $\triangle TMM'$ avem: $m = t \cos \frac{\omega}{2}$ (2)

Substituind (2) în (1), avem:

$$s = t \cos^2 \frac{\omega}{2} \quad (3)$$

Planul secant, fiind stabilit, unghiul ω va fi constant și, deci $\cos^2 \frac{\omega}{2}$ va avea o valoare constantă, subunitară.

Ecuatia (3) ne arată că pentru a obține proiecția unei lungimi l în planul secant, va trebui să înmulțim proiecția acestei lungimi t din planul tangent cu o constantă. Această constantă se calculează în

Fig. 76

modul următor: o lungime l de pe sferă se proiectează în planul tangent ca l' și în planul secant ca l'' .

Din triunghiul $A'B'T_1$ și $A''B''T_1$ urmează: $\frac{\Delta l''}{\Delta l'} = \frac{2R-i}{2R}$ (1)

Din triunghiul $TM'T_1$ și NMT_1 urmează: $\frac{s}{t} = \frac{2R-i}{2R} = \cos^2 \frac{\omega}{2}$ (2)

$$\frac{\Delta l''}{\Delta l'} = \frac{2R-i}{2R} = \cos^2 \frac{\omega}{2} = \text{constant}; \quad \frac{\Delta l''}{\Delta l'} = 1 - \frac{i}{2R} \quad (3)$$

Dacă luăm pentru $\Delta l' = 1$ km, vom avea: $\Delta l'' = 1 \text{ km} - \frac{i}{2R}$

La noi s-a stabilit că $\frac{i}{2R} = \frac{1}{3000}$; vom avea deci pentru 1 km din planul tangent o valoare de $1 - 0,0003333 = 0,9996667$ km, adică 1 km se micșorează cu 33 cm.

Din cele de mai sus putem trage următoarea concluzie: pentru a obține valoarea unei coordonate din planul tangent în planul secant, vom înmulți această coordonată cu 9996667 sau

- 99 -

invers dacă vrem să transformăm o coordonată din planul secant în planul tangent, o vom împărți la această constantă.

$$\text{Am avut : } \frac{1}{2R} = \frac{1}{3000} ; \text{ pentru } R = 6379 \text{ km, avem}$$

$$i = \frac{2R}{3000} = 4,253 \text{ km.}$$

Calculul razei s a cercului după care este intersectată sfera de planul secant : $s^2 = i(2R-i) = 4,253(2 \times 6379 - 4,253)$

$$s = \sqrt{4,253(2 \times 6379 - 4,253)} = 233 \text{ km,}$$

adică la o depărtare de 233 km de la origină, deformația în planul secant este zero. Centrul de proiecție stereografică are următoarele coordonate geografice: latitudinea $\varphi = 51^{\circ} - 00' - 00''$
longitudinea $\lambda = 28^{\circ} - 21' - 38,510''$ est Greenwich

Planul secant local

Prin aplicarea planului unic secant, se micșorează deformația cu 33 cm/km. În unele părți ale periferiei țării vom avea totuși o deformație de + 67 cm/km. La măsurătorile din orașe, unde se cere o precizie mare, instrucțiunile prevăd folosirea unui plan secant local, paralel cu planul unic secant, dacă deformația lineară în orașul respectiv depășește ± 15 cm/km. Planul secant local va trece printr-un punct de triangulație al orașului, fie că el a fost determinat mai înainte, fie că se va determina din nou. Se va calcula coeficientul de transcalcare a coordonatelor, care este raportul dintre distanța în planul secant local și cea corespunzătoare în planul unic secant, în felul următor: fie punctul $P_2 (x_2 y_2)$ ale cărui coordonate sînt date în planul unic secant, Acestui punct îi corespunde punctul P pe sferă și punctul P_1 în proiecția stereografică în plan tangent.

Cu ajutorul coordonatelor x_2 și y_2 se va calcula distanța d_2 . Această distanță se va împărți cu coeficientul 0,99966667, obținîndu-se distanța d_1 în planul stereografic tangent. Se va calcula apoi distanța ON în mod aproximativ :

$$ON = \sqrt{R_0^2 - d^2} \text{ în care } d \text{ este înlocuit cu } d_2. \text{ Distanța TN se}$$

- 100 -

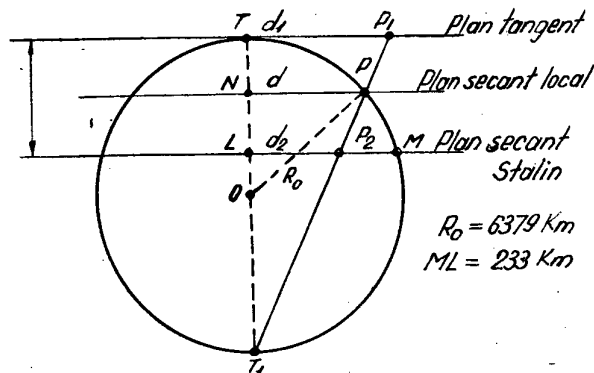


Fig. 77

calculează tot aproximativ:
 $TN = R_0 - ON$. Avînd pe TN
 aproximativ, putem calcula
 distanța d cu ajutorul re-
 lațiilor din triunghiurile
 T_1LP_2 , T_1NP și T_1TP_1 precum
 urmează:

$$\frac{d_1 - d_2}{TL} = \frac{d - d_2}{NL} = \frac{d - d_2}{LT - TN} \text{ aprox.};$$

$$d-d_2 \pm \frac{(d_1-d_2)(LT-TN)}{TL}$$

$$d_{\text{prev.}} = d_2 + \frac{(d_1 - d_2) (LT - TN \text{ aprox})}{TL} \quad (1) \text{ Cu ajutorul acestui "d"}$$

calculăm din nou pe ON = $\sqrt{R_o^2 - d^2}$ și TN = $R_o - ON$. (1)

Calculăm apoi din nou din ecuația (1) pe "d". Acest procedeu se repetă de mai multe ori pînă ce, între două valori consecutive ale lui d, nu mai este o diferență.

Se formează apoi coeficientul $c = \frac{d}{d_2}$; cu acest coeficient se înmulțește fiecare coordonată din planul unic secant și se obține coordonata respectivă în planul secant local. Se vede că coeficientul "c" va fi mai mare decât 1 pentru toate planurile locale care se vor pune între planul unic secant și planul tangent, ajungînd aici la valoarea maximă. Coeficientul "c" va fi subunitar pentru toate planurile secante locale care vor fi pu-se sub planul unic secant.

In afară de metoda aproximațiilor succesive, arătată mai sus, transcalcularea coordonatelor punctelor geodezice din planul unic secant într-un plan secant local se mai poate face și astfel:

Din fig. 78 reiese : $\frac{b}{a} = \frac{2R-i}{2R} = 1 - \frac{i}{2R}$

$$\frac{a}{b} = \frac{\frac{2R-h}{2R}}{1 - \frac{h}{2R}} = \frac{1 - \frac{h}{2R}}{1 - \frac{h}{2R}} = 1$$

- 101 -

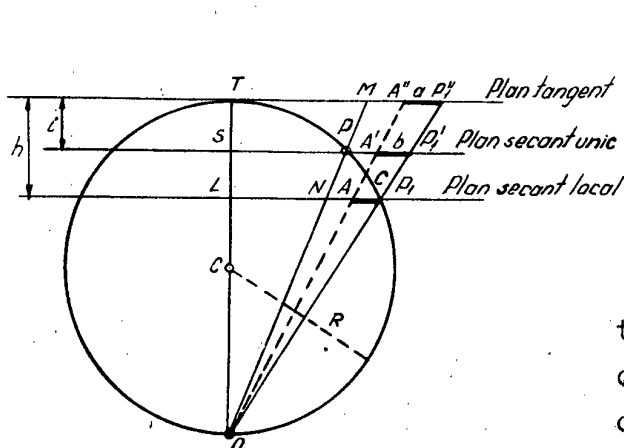


Fig. 78

$\frac{1}{2R}$ este valoarea cu care se micșorează un km din planul tangent prin proiectarea lui în planul unic secant.

$\frac{h}{2R}$ este valoarea cu care se micșorează un km din planul tangent în planul secant local. Planul secant local, trecând prin punctul P_1 , deformația în jurul acestui punct va fi zero. Va trebui decalculată deformația în planul tangent și apoi anulată prin

scăderea acestei valori din lungimea de 1 km din planul tangent. În acest scop vom împărți coordonatele punctului P'_1 date în planul unic secant prin coeficientul 0,99966667, adică $\frac{x'}{0,99966667}$ și $\frac{y'}{0,99966667}$, obținând x'' și y'' în planul tangent. Vom calcula apoi

$$\frac{x''^2 + y''^2}{4R^2} \quad \text{și apoi} \quad 1 - \frac{x''^2 + y''^2}{4R^2}$$

$$\frac{1 - \frac{x''^2 + y''^2}{4R^2}}{0,99966667} = k = \frac{c}{b}; \quad c = k \cdot b$$

Înmulțind fiecare coordonată din planul unic secant cu coeficientul k , vom obține coordonatele în planul secant local care trece prin punctul P_1 .

Exemplu practic

Se dau coordonatele unui punct P'_1 în planul unic secant. Să se transcalculeze coordonatele acestui punct în planul secant local care trece prin acest punct.

$$P'_1 \quad x'_1 = + 321172,53; \quad x''_1 = \frac{321172,53}{0,99966667}; \quad y'_1 = + 232461,82; \quad y''_1 = \frac{232461,82}{0,99966667}$$

$$x'' = 321279,62 \quad y'' = 232539,33$$

- 102 -

$$x''^2 = 1.03220595512,5 \quad R^2 = 6379^2 = 40.691.641$$

$$y''^2 = 54.074.540.927,0 \quad 4R^2 = 162.766.564.000.000$$

$$x''^2 + y''^2 = 157.295.136.439,5$$

$$\frac{x''^2 + y''^2}{4R^2} = \frac{157.295.136.439,5}{162.766.564.000.000} = 0.000.966.384.818$$

$$1 - \frac{x''^2 + y''^2}{4R^2} = 0,999.033.615.182$$

$$k = \frac{0,999.033.615.182}{0,999.66667} = 0,9993667340$$

Coordonatele acestui punct în planul secant local sînt:

$$P_1 \quad \begin{aligned} x_1 &= 320.969,14 \\ y_1 &= 232.314,61 \end{aligned}$$

Proiecția Gauss-Krüger

Aceasta este o proiecție cilindrică, transversală, prin care se reprezintă suprafața elipsoidului sau o parte a lui pe suprafața unui cilindru. Axa cilindrului se află în planul ecuatorului. Tăind apoi cilindrul de-a lungul unei generatoare, el se desfășoară în plan. Dacă considerăm pămîntul ca o sferă, acesta atinge cilindrul de-a lungul unui meridian PP_1 . Desfășurînd

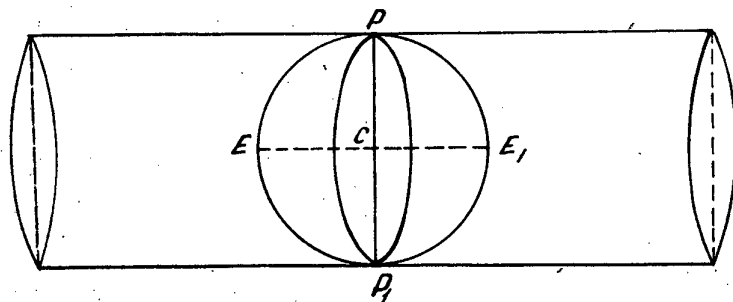


Fig. 79

cilindrul, meridianul va avea forma unei linii drepte. Acest meridian nu suferă nici o deformăție. Celelalte meridiane, cît și paralele, sînt reprezentate în această proiecție ca linii curbe. Toate

lungimile vor suferi deformații, afară de cele aflate pe meridia-

- 103 -

nul central. Deoarece deformațiile cresc cu depărtarea de meridianul central, s-a stabilit ca pentru harta țării să se limiteze ridicările suprafețelor la est și la vest de meridianul central la o depărtare care corespunde lungimii unui arc de paralelă de 3° , la latitudinea considerată. Vom avea deci fuse de 6° adică 3° la est și 3° la vest de meridianul central.

Pentru ridicări de suprafețe care ies din interiorul unui fus de 6° , ne închipuim că am rotit sfera în jurul axei PP_1 cu 6° , obținând astfel un nou meridian central. În felul acesta se poate ridica suprafața globului întreg.

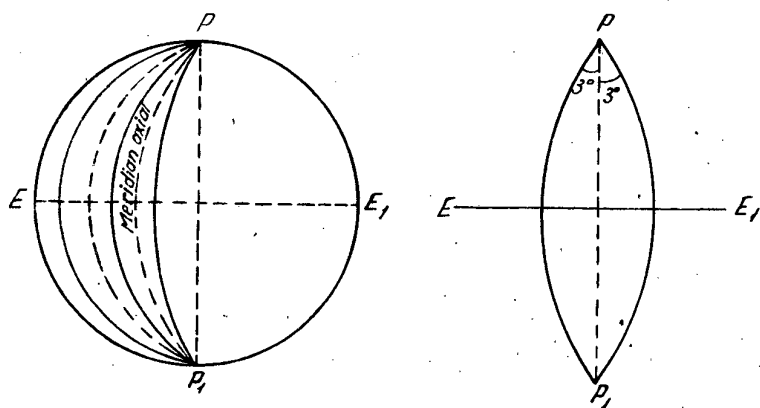


Fig. 80

Se obțin o serie de fuse cu vîrfuri ascuțite spre cei doi poli. Meridianul central al unui astfel de fus se numește meridian axial. Fiecare fus are o amplitudine de 6° . Fiecare punct de pe elipsoid cu coordonate geografice φ și λ , se poate prezenta în planul fusului respectiv

prin coordonate plane rectangulare. (vezi fig. 81).

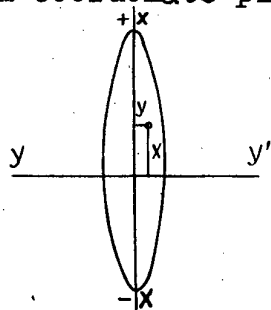


Fig. 81

În această proiecție se ia ca axă a absciselor x proiecția meridianului axial, ca axă a ordonatelor y proiecția ecuatorului. Fiecare fus are origina sa și sistemul lui de coordonate. Proiecția Gauss-Krüger este deci o proiecție cu mai multe sisteme de axe.

Pentru a nu avea valori negative pentru y , se adaugă la valoarea acestuia 500.000 m.

Valorile x reprezintă distanțele de la ecuator pînă la punctul respectiv. Înaintea fiecărei ordonate se pune numărul de ordine al fusului față de meridianul Greenwich, care reprezintă limita de est a fusului 30 și limita de vest a fusului 31. Numerotarea

- 104 -

fuselor se face de la vest spre est.

Dacă un punct P are, de exemplu, coordonatele:

$$x_p = 5834,625,27 \text{ m}$$

$y_p = 7.375.239,86 \text{ m}$ rezultă că punctul are de la ecuator depărtarea de 5.834.625,27 m, se află în fusul 7 spre est de la meridianul Greenwich și se găsește la vest de meridianul axial, la o depărtare de 124.760,14 m, 500.000,00

$$- \frac{375.239,86}{124.760,14}$$

Pentru delimitarea trapezelor de ridicare, suprafața pământului este împărțită în zone de câte 4° , începînd de la ecuator, notarea acestor zone cu literele mari ale alfabetului latin, începînd de la ecuator, spre nord, pînă la 88° . Intreaga suprafață a pământului este împărțită astfel în trapeze, cu dimensiunile $6^\circ/4^\circ$, în vederea întocmirii hărții internaționale 1:1.000.000. Aceste trapeze se îngustează spre nord și sud pînă la litera V, adică pînă la 88° , de unde începe harta regiunii polare, limitată de paralela 88° . Pentru scări mai mari, trapezele se subîmpart în diferite feluri, în trapeze mai mici.

Caroiajul rectangular și cadrul geografic al trapezelor Gauss-Krüger.

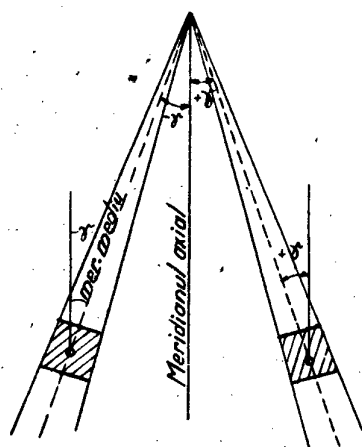


Fig.82

Cadrul geografic este format din două arce de paralel, baza mică și baza mare a trapezului (fig.82) și din două arce de meridiane, cuprinse între cele două paralele. (Limitele de la est și vest). Meridianul ce trece prin centrul trapezului se numește meridianul mediu al trapezului. Acesta formează cu meridianul axial al fusului unghiul de convergență. Acesta este pozitiv pentru trapezele care se găsesc la est de meridianul axial și negativ pentru cele de la vest de meridianul axial.

- 105 -

Caroiajul rectangular se trasează în funcție de coordonatele colțurilor trapezului. Dreptele caroiajului rectangular sînt paralele cu cele două axe de coordonate.

Nomenclatura foilor la diferite scări(fig.83)

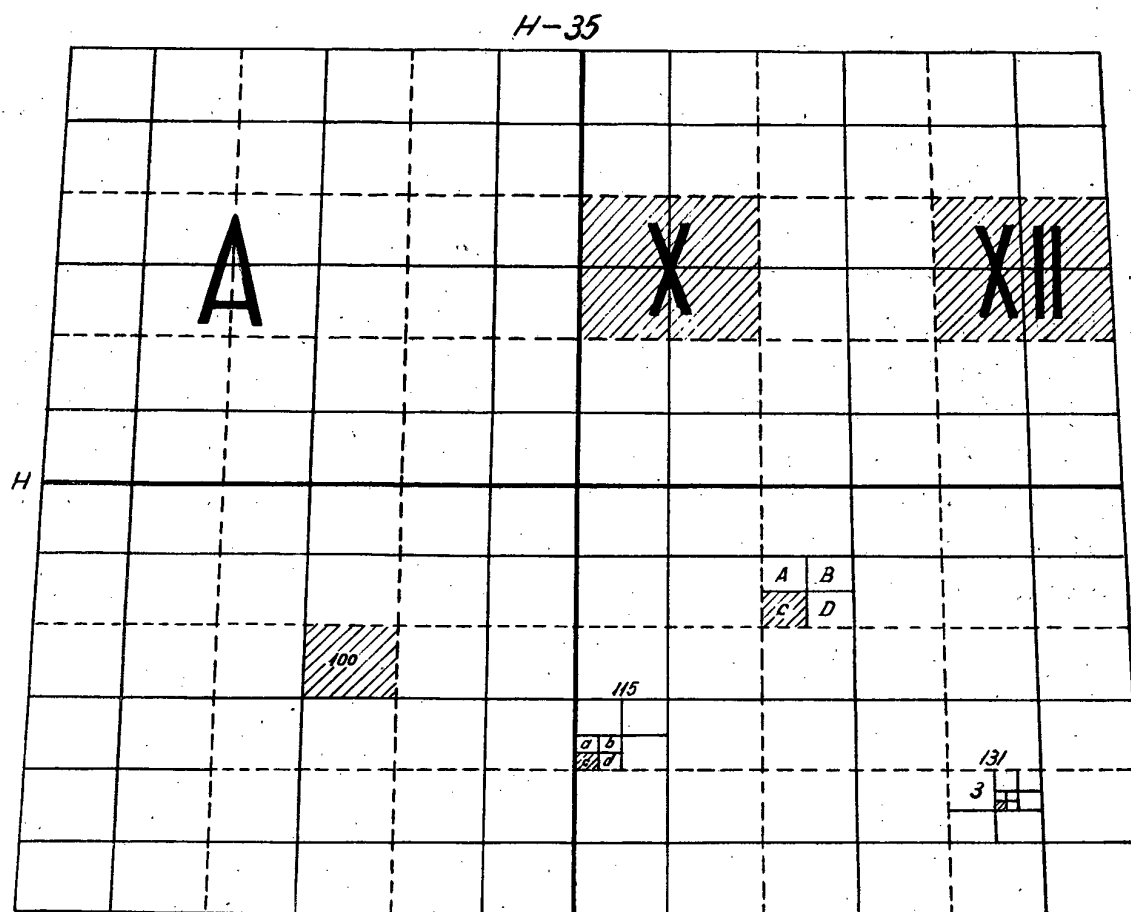


Fig.83

Pentru harta 1:500.000 se împarte trapezul de $6^{\circ}/4^{\circ}$ în patru părți și fiecare parte se notează cu literele A,B,C,D. Dimensiunile unei foi vor fi $3^{\circ}/2^{\circ}$. Nomenclatura unei astfel de planșe va fi de exemplu H - 35 - A..., H - 35 - B.

Pentru scara 1:200.000 se împarte trapezul H - 35 în 36 părți. Dimensiunile vor fi $1^{\circ}/40'$, iar nomenclatura va fi H - 35 - I... - H - 35 - XXXVI. Pentru scara 1:100.000, trape-

- 106 -

zul H - 35 se împarte în 144 părți câte $30'/20'$. Planșele se numără 1-144. De exemplu H - 35 - 1, H - 35 - 2 ..., H-35-144.

Pentru scara 1:50.000 se împarte trapezul 1:100.000 în 4 părți, notându-se aceste părți cu A,B,C,D.

Exemplu H - 35 - 93, C cu dimensiunile $15'/10'$

Pentru scara 1:25.000 se împarte trapezul de 1:50.000 în 4 părți, notându-se cu litere mici a,b,d,d. Dimensiunile sînt $7'30''/5'$. Exemplu H - 35 - 115, C-c.

Pentru scara 1:10.000 se împarte trapezul 1:25.000 în 4 părți, notându-se cu 1,2,3,4. Dimensiunile sînt $3'45''/2'30''$. Ex. H - 35 - 131 B.c.3.

Impărțirea în trapeze continuă pentru scările 1:5000 și 1:2000. Amănuntele în legătură cu dimensiunile și nomenclatura trapezelor respective pot fi găsite în diferite lucrări de cartografie.

Deformațiile liniare în proiecțiunea Gauss-Krüger

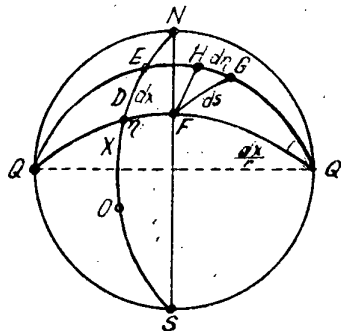


Fig. 84

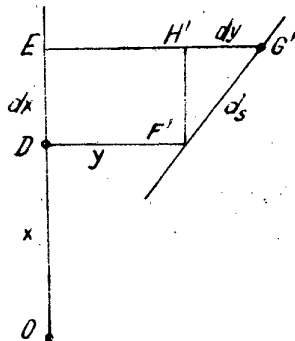


Fig. 85

Pământul este reprezentat printr-o sferă de referință cu Polul Nord în N și cu Polul Sud în S (fig.84). Ducem un meridian NOS. Toate cercurile mari care sînt perpendiculare pe acest meridian se intersectează după dreapta QQ', care este perpendiculară pe acest meridian. Să luăm două cercuri QDQ' și QEQ' perpendiculare pe meridianul principal și pe care se găsesc două puncte F și G, ale căror coordonate trebuie să le determinăm.

$OD = x$, abscisa punctului F și $DF = \eta$ ca ordonată. Tot astfel avem pentru punctul G abscisa OE și ordonata EG.

Să reprezentăm figura de pe sferă prin linii drepte (fig.85) și anume : dreptele DF' și EG' sînt reprezentate ca paralele perpendiculare pe ODE. No-

- 107 -

tăm $OD = x$ și $DE = dx$, respectiv egale în ambele figuri. $DF' = y$ nu este egal cu $DF = \eta$ și nici EG' nu este egal cu EG . Ordonația y trebuie să fie astfel deformată (schimbată), încât triunghiul $F'H'G'$ să fie asemenea (sau conform) cu triunghiul FHG . Avem:

$$\frac{ds}{DS} = \frac{F'H'}{FH} = \frac{H'C'}{HG} = m$$

ds este mai mare decât DS .

Cercul FH este un cerc paralel la meridianul principal și are o rază $r' = r \cos \frac{\eta}{r}$; $FH = r' \frac{dx}{r}$

$$FH = r \cos \frac{\eta}{r} \cdot \frac{dx}{r} = dx \cdot \cos \frac{\eta}{r}; \quad HG = d\eta$$

$$m = \frac{dx}{dx \cdot \cos \frac{\eta}{r}} = \frac{1}{\cos \frac{\eta}{r}} = \frac{dy}{d\eta} \quad (1)$$

$$\text{dezvoltăm: } \cos \frac{\eta}{r} = 1 - \frac{\eta^2}{2r^2}; \quad \frac{1}{\cos \frac{\eta}{r}} = 1 + \frac{\eta^2}{2r^2} \quad (2)$$

Substituind ecuația (2), în (1), obținem:

$$dy = \left(1 + \frac{\eta^2}{2r^2} \right) d\eta \quad (3)$$

Integrând această ecuație (3), avem:

$$y = \eta + \frac{\eta^3}{6r^2} \quad (4); \quad \text{din (3) avem } \frac{dy}{d\eta} = m = 1 + \frac{\eta^2}{2r^2}$$

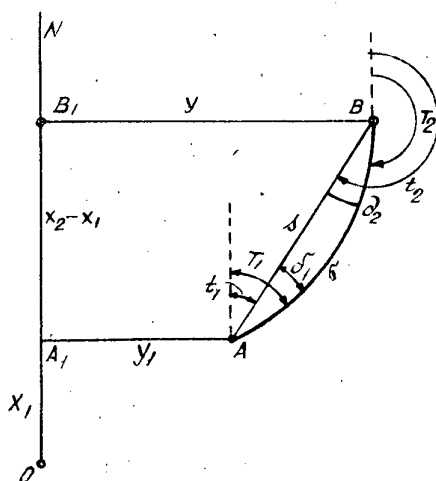
În membrul al doilea se poate înlocui y cu η și invers astfel că vom avea:

$$m = 1 + \frac{\eta^2}{2r^2} \quad (5) \text{ și } \frac{1}{m} = 1 - \frac{\eta^2}{2r^2} = 1 - \frac{y^2}{2r^2}.$$

Această ecuație este valabilă pentru un triunghi dreptunghic infinit mic, sau pentru fiecare direcție în jurul unui punct, în sensul diferențial. Se pot calcula acum relațiile între lungimile de pe sferă și cele reprezentate în proiecțiunea Gauss-Krüger.

- 108 -

$$\operatorname{tg} t_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}; \quad s = \frac{y_2 - y_1}{\sin t_1} = \frac{x_2 - x_1}{\cos t_1} = \sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (x_2 - x_1)^2}$$



Curba AB este reprezentarea arcu-
lui AB de pe sferă în plan. Cu apro-
ximație, putem egala arcul AB cu
dreapta AB și putem indica prin ds
atât elementul diferențial al drep-
tei AB cât și pe cel al arcului AB.
Curba trebuie să fie cu concavita-
tea spre meridianul axial, fiindcă
patrulaterul sferic trebuie să ai-
bă mai mult de 400^g. Am avut:

$$\frac{ds}{ds} = \frac{1}{m}; \quad ds = \frac{1}{m} ds = (1 - \frac{y^2}{2r^2}) ds$$

Fig. 86

S este lungimea sferică între A și B

$$S = s - \int \frac{y^2}{2r^2} ds = s - \int \frac{y^2}{2r^2} \frac{dy}{\sin t};$$

$$S = s - \frac{1}{2r^2 \sin t} \cdot \frac{y^3}{3} + C. \text{ Considerând limitele } y_1 \text{ și } y_2$$

obținem:

$$S = s - \frac{1}{6r^2 \sin t} (y_2^3 - y_1^3) = s - \frac{1}{6r^2} \cdot \frac{y_2^3 - y_1^3}{y_2 - y_1} \cdot \frac{y_2 - y_1}{\sin t} =$$

$$= s - \frac{1}{6r^2} \cdot \frac{y_2^3 - y_1^3}{y_2 - y_1} \cdot s$$

$$\frac{S}{s} = 1 - \frac{1}{6r^2} \cdot \frac{y_2^3 - y_1^3}{y_2 - y_1} = 1 - \frac{1}{6r^2} (y_2^2 + y_2 y_1 + y_1^2) \quad (7)$$

Pentru diferențe mici între coordonate se poate pune

$y_2 = y_1 = y$ și vom obține

$$\frac{S}{s} = 1 - \frac{y^2}{2r^2}; \quad \frac{S}{s} = 1 + \frac{y^2}{2r^2}$$

- 109 -

pentru $S = 1 \text{ km}$; $s = 1 + \frac{y^2}{2r^2}$. Deformațiunea este deci:

$$+ \frac{y^2}{2r^2}$$

Pentru $y = 9 \text{ km}$ deform. = 0,001 m

$y = 20 \text{ "}$ " = 0,005 m

$y = 40 \text{ "}$ " = 0,020 m

$y = 90 \text{ "}$ " = 0,100 m

$y = 128 \text{ "}$ " = 0,20 m

$y = 285 \text{ "}$ " = 1,00 m

Pentru orașe, aceste deformații sînt prea mari și va trebui să introducem fuse de $2^\circ - 3^\circ$, așa cum am introdus la planul secant un plan secant local.

Reducerea direcțiilor la planul de proiecție

(excesul sferic)

Reprezentarea conformă în proiecția Gauss-Krüger a unui arc de cerc mare nu mai este tot un arc de cerc, ca în cazul proiecției stereografice, ci o altă curbă.

Din fig.86 se vede că excesul sferic al patrulaterului $A_1A B_1B$ nu poate să fie altceva decît suma celor două unghiuri mici $\partial_1 + \partial_2$.

Vom avea :

$$\partial_1 + \partial_2 = \frac{(x_2 - x_1)(y_2 + y_1)}{2r^2} \quad \text{Dacă cele două puncte A și B}$$

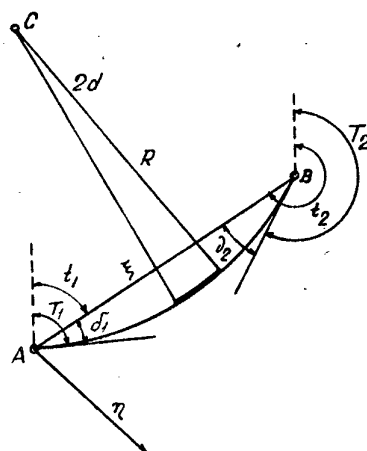
sînt foarte aproape, atunci vom avea :

$$2 \partial = \frac{dx \cdot y}{r^2} \quad (1)$$

Să punem în punctul A un nou sistem de axe rectangulare cu direcția $+ \xi$ de la A la B și cu direcția pozitivă $+ \eta$ perpendi-

- 110 -

culară pe direcția AB (fig.87).



Raza de curbura a curbei AB se poate scrie cu aproximație suficientă după formula:

$$R = \frac{(1 + (\frac{d\eta}{d\xi})^2)^{3/2}}{\frac{d^2\eta}{d\xi^2}}$$

$$\text{cu } \frac{1}{R} = \frac{d^2\eta}{d\xi^2} (2) ; ds = R \cdot d\eta;$$

$$\frac{1}{R} = \frac{2d^2}{ds} \quad (3)$$

Fig.87

Substituind valorile din (1) și (2) în (3) avem:

$$\frac{d^2\eta}{d\xi^2} = \frac{y dx}{r^2 ds} \quad (4). \text{ Se poate lua cu aproximație } ds = d\xi \text{ și vom obține :}$$

$$\frac{d^2\eta}{d\xi^2} = \frac{y dx}{r^2 d\xi}.$$

Având în vedere că partea concavă a curbei este spre axa derivata a doua va deveni negativă. Vom avea :

$$- \frac{d^2\eta}{d\xi^2} = \frac{y dx}{r^2 d\xi} ; (5). \text{ Cu aproximație putem lua:}$$

$$\begin{aligned} x &= x_1 + \xi \cos t_1 ; & \frac{dx}{d\xi} &= \cos t_1 \\ y &= y_1 + \xi \sin t_1 \end{aligned}$$

Substituind aceste valori în ecuația (5), obținem:

$$- \frac{d^2\eta}{d\xi^2} = \frac{(y_1 + \xi \sin t_1)}{r^2} \cos t_1 = \frac{y_1}{r^2} \cos t_1 + \frac{\xi}{r^2} \sin t_1 \cos t_1 \quad (6)$$

$$- \frac{d^2\eta}{d\xi^2} = A + B\xi \dots (7)$$

- 111 -

în care $A = \frac{y_1}{r^2} \cos t_1$; $B = \frac{\sin t_1 \cos t_1}{r^2}$. (7 a)

Integrînd ecuația (7) avem $-\frac{d\eta}{d\xi} = C_1 + A\xi + B \frac{\xi^2}{2}$ (8)

integrînd ecuația (8), avem: $-\eta = C_1\xi + \frac{A\xi^2}{2} + B \frac{\xi^3}{6}$ (9)

La integrarea a două nu s-a luat o constantă, fiindcă după cum se poate constata pentru $\xi = 0$ și $\eta = 0$.

Pentru determinarea constantei C_1 vedem că dacă $\xi = 0$

$$\frac{d\eta}{d\xi} = + \partial_1 \text{ și dacă } \xi = s \text{ vom avea } \frac{d\eta}{d\xi} = - \partial_2$$

$$- \partial_1 = C_1$$

$$+ \partial_2 = C_1 + As + \frac{Bs^2}{2}$$

$$0 = C_1s + \frac{As^2}{2} + B \frac{s^3}{6}$$

$$\text{sau } 0 = C_1 + \frac{A}{2} s + B \frac{s^2}{6}$$

Din aceste trei ecuații obținem:

$$\left. \begin{aligned} \partial_1 &= \frac{A}{2} s + B \frac{s^2}{6} \\ \partial_2 &= \frac{As}{2} + B \frac{s^2}{3} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Substituind în 10 valorile din (7a), vom obține:

$$\partial_1 = \frac{s}{2} \cdot \frac{y_1}{r^2} \cos t_1 + \frac{s^2}{6r^2} \sin t_1 \cos t_1 = s \frac{\cos t_1}{6r^2} (3y_1 + s \sin t_1) \quad (11)$$

$$\partial_2 = \frac{s}{2} \cdot \frac{y_1}{r^2} \cos t_1 + \frac{s^2}{3r^2} \sin t_1 \cos t_1 = \frac{s \cos t_1}{6r^2} (3y_1 + 2s \sin t_1)$$

$$\partial_1 = T_1 - t_1 = \frac{\rho(x_2 - x_1)}{6r^2} \cdot (3y_1 + y_2 - y_1) = \frac{\rho}{6r^2} (x_2 - x_1)(2y_1 + y_2) \quad (12)$$

$$\partial_2 = T_2 - t_2 = \frac{\rho}{6r^2} (x_1 - x_2)(3y_1 + 2y_2 - 2y_1) = \frac{\rho}{6r^2} (x_1 - x_2)(y_1 + 2y_2)$$

- 112 -

Aceste ecuații se mai pot scrie și în felul următor:
se înmulțește ecuația din (12) cu $\frac{3}{2}$ și apoi cu $\frac{1}{2}$; scăzându-se
produsul al doilea din produsul întâi, obținem:

$$\left. \begin{aligned} T_1 - t_1 &= \frac{\rho}{4r^2} (x_2 - x_1)(y_1 + y_2) - \frac{\rho}{12r^2} (x_2 - x_1)(y_2 - y_1) \\ T_2 - t_2 &= \frac{\rho}{4r^2} (x_1 - x_2)(y_2 + y_1) - \frac{\rho}{12r^2} (x_1 - x_2)(y_1 - y_2) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

În cazul că diferențele de coordonate $(x_2 - x_1)$ și $(y_2 - y_1)$ sînt relativ mici față de ordonatele y_1 și y_2 , ceea ce se întîmplă la punctele de ord. III sau IV, care sînt departe de axă, atunci se poate neglija membrul al doilea din ecuațiile (13). Și dacă $y_2 = y_1 = y$, atunci se va obține pentru ecuația din (12).

$$T - t = \frac{y \Delta x}{2r^2}$$

Exemplu: Se dau coordonatele a două puncte P_1 și P_2

$$x_1 = 4820200 \text{ m} \quad y_1 = 200000 \text{ m}; \quad \partial_1 = \frac{\rho}{6r^2} (x_2 - x_1)(2y_1 + y_2) = T_1 - t_1$$

$$x_2 = 4832000 \text{ m} \quad y_2 = 208700 \text{ m}; \quad \partial_2 = \frac{\rho}{6r^2} (x_1 - x_2)(y_1 + 2y_2) = T_2 - t_2$$

$$(x_2 - x_1)(2y_1 + y_2) = 718266.000; \quad (y_1 + 2y_2) = 617400;$$

pentru $r = 6379 \text{ km}$

$$\frac{\rho}{6r^2} = \frac{636620}{244149846000000} = 0,000000002607;$$

$$\partial_1 = 718266000 \times 0,000000002607 = + 18,73^{cc} = T_1 - t_1$$

$$(y_1 + 2y_2) = 617400; \quad (x_1 - x_2)(y_1 + 2y_2) = - 11800 \times 617400 = 7285320000.$$

$$(x_1 - x_2) = - 11800; \quad \frac{\rho}{6r^2} = 0,000000002607; \quad \partial_2 = -18,99 = T_2 - t_2$$

Reprezentarea unui punct în proiecția Gauss-Krüger
se face în modul următor (vezi fig.88):

- 113 -

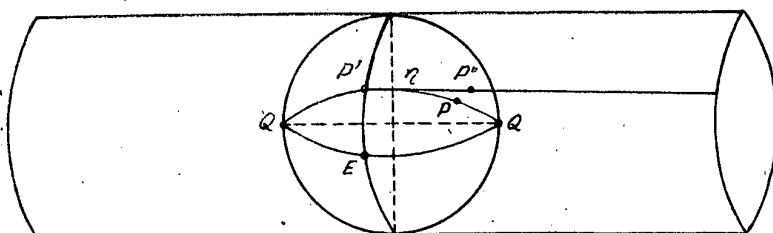


Fig. 88

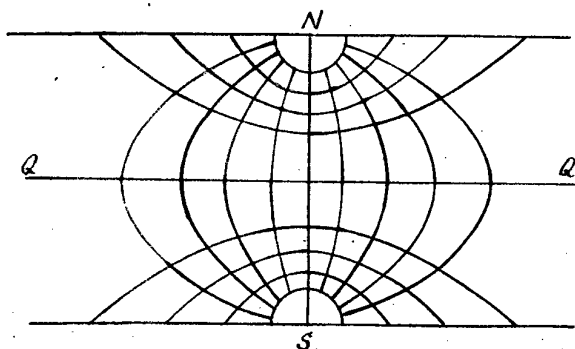


Fig. 89

le cât și paralelele care sînt curbe de gradul trei (fig.89).

Transcalcularea punctelor geodezice de ord.IV dintr-un plan de proiecție în alt plan de proiecție.

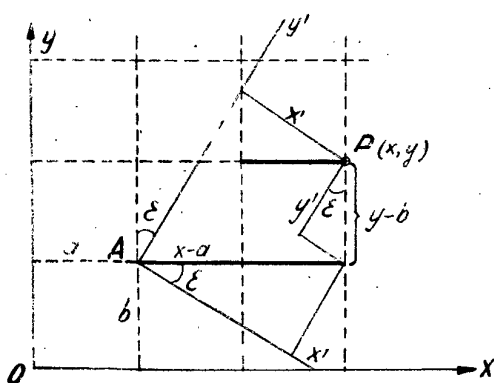


Fig. 90

x' față de axa x .

Din figură se vede :

Fașc.8 C-da 1506/958

Se duce prin punctul P un cerc mare perpendicular pe meridianul axial. Lungimea EP' este abscisa punctului P , iar ordonata $P'P''$ se obține prin mărirea ordonatei sferice după formula:

$y = \eta + \frac{\eta^3}{6r^2}$ conform ecuației (4), pag. 107. Această distanță se reprezintă pe generatoarea care trece prin punctul P' . Desfășurînd cilindrul, vom avea proiecția punctului P în plan. Prin această proiecție se deformează atât meridianele

Problema care se pune este: se dau două sisteme de axe cu origina în O și A . Un punct oarecare P are în primul sistem coordonatele x, y . Să se calculeze coordonatele x' și y' în al doilea sistem de axe, dacă se dau coordonatele originii A referitoare la primul sistem de axe, cu valorile a, b , precum și unghiul de înclinare ϵ al axei

- 114 -

$$\left. \begin{aligned} x' &= (x - a) \cos \xi - (y - b) \sin \xi \\ y' &= (y - b) \cos \xi + (x - a) \sin \xi \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Se poate inversa problema, adică ni se dau coordonatele x' și y' și ξ și să calculăm coordonatele x și y .

$$\left. \begin{aligned} x &= a + y' \sin \xi + x' \cos \xi \\ y &= b + y' \cos \xi - x' \sin \xi \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Aceste formule sînt valabile dacă ambele sisteme de coordonate se găsesc în același plan. De obicei, în practică, ni se dau coordonatele unor puncte în ambele sisteme de axe și se cere transcalcularea coordonatelor unor puncte vecine dintr-un sistem de axe în celălalt sistem de axe.

Presupunem că punctele P_1 și P_2 au coordonate în ambele sisteme:

$$P_1 \begin{Bmatrix} x_1 \text{ și } x'_1 \\ y_1 \text{ și } y'_1 \end{Bmatrix} \quad P_2 \begin{Bmatrix} x_2 \text{ și } x'_2 \\ y_2 \text{ și } y'_2 \end{Bmatrix}$$

Aceste două puncte le corespund, conform formulei (2), următoarele ecuații:

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= a + x'_1 \cos \xi + y'_1 \sin \xi \\ y_1 &= b - x'_1 \sin \xi + y'_1 \cos \xi \\ x_2 &= a + x'_2 \cos \xi + y'_2 \sin \xi \\ y_2 &= b - x'_2 \sin \xi + y'_2 \cos \xi \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} x_2 - x_1 &= (x'_2 - x'_1) \cos \xi + (y'_2 - y'_1) \sin \xi \\ y_2 - y_1 &= -(x'_2 - x'_1) \sin \xi + (y'_2 - y'_1) \cos \xi \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Aceste două ecuații le mai putem scrie și altfel:

$$\left. \begin{aligned} \Delta x_{II} &= \Delta x_I \cos \xi + \Delta y_I \sin \xi \\ \Delta y_{II} &= -\Delta x_I \sin \xi + \Delta y_I \cos \xi \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

- 115 -

Aceste formule sînt valabile dacă cele două sisteme se găsesc în același plan. Dacă punctele se găsesc în diferite plane de proiecție, atunci o distanță între două puncte, calculată în planul I, nu va fi egală cu cea calculată din planul II, fiindcă punctele au o altă depărtare de la origină în planul I dec t în planul II  i, prin urmare, deformația acestei distan e este în fiecare plan diferită.  ntre ele există rela ia:

$$\frac{d_{II}}{d_I} = K$$

Lu nd în considerare acest coeficient, ecuațiile din (5) vor avea următoarea formă:

$$\left. \begin{aligned} \Delta x_{II} &= \Delta x_I K \cos \epsilon + \Delta y_I K \sin \epsilon \\ \Delta y_{II} &= -\Delta x_I K \sin \epsilon + \Delta y_I K \cos \epsilon \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Avem două ecuații cu dou  necunoscute K  i ϵ . Din ecua ia (6), calcul m valorile lui $K \sin \epsilon$  i $K \cos \epsilon$.

$$\begin{aligned} K \sin \epsilon &= \frac{\Delta x_{II} - \Delta x_I K \cos \epsilon}{\Delta y_I} ; \quad - \frac{\Delta x_I (\Delta x_{II} - \Delta x_I K \cos \epsilon)}{\Delta y_I} + \\ &+ \Delta y_I K \cos \epsilon = \Delta y_{II} \\ - \Delta x_I \cdot \Delta x_{II} + \Delta x_I^2 K \cos \epsilon + \Delta y_I^2 K \cos \epsilon &= \Delta y_I \Delta y_{II} \\ K \cos \epsilon (\Delta x_I^2 + \Delta y_I^2) &= \Delta y_I \cdot \Delta y_{II} + \Delta x_I \cdot \Delta x_{II} \\ K \cos \epsilon &= \frac{\Delta x_I \cdot \Delta x_{II} + \Delta y_I \cdot \Delta y_{II}}{\Delta x_I^2 + \Delta y_I^2} \quad (7) \end{aligned}$$

substituind aceast  valoare a lui $K \cos \epsilon$  n (6), avem :

$$\begin{aligned} \Delta x_I \frac{\Delta x_I \cdot \Delta x_{II} + \Delta y_I \cdot \Delta y_{II}}{\Delta x_I^2 + \Delta y_I^2} + \Delta y_I K \sin \epsilon &= \Delta x_{II} \\ \Delta x_I^2 \cdot \Delta x_{II} + \Delta x_I \Delta y_I \Delta y_{II} + \Delta y_I (\Delta x_I^2 + \Delta y_I^2) K \sin \epsilon &= \\ = \Delta x_{II} \cdot \Delta x_I^2 + \Delta x_{II} \cdot \Delta y_I^2 \end{aligned}$$

- 116 -

$$K \sin \epsilon = \frac{\Delta x_{II} \cdot \Delta y_I^2 - \Delta x_I \cdot \Delta y_{II} \cdot \Delta y_{II}}{\Delta y_I (\Delta x_I^2 + \Delta y_I^2)} = \frac{\Delta x_{II} \cdot \Delta y_I - \Delta x_I \cdot \Delta y_{II}}{\Delta x_I^2 + \Delta y_I^2} \quad (8)$$

Substituind valorile pentru $K \sin \epsilon$ și $K \cos \epsilon$ în ecuațiile (6), vom avea :

$$\left. \begin{aligned} x_{II.2} - x_{II.1} &= K \cos \epsilon (x_2 - x_1) + K \sin \epsilon (y_2 - y_1) \\ x_{II.1} &= x_{II.2} - k \cos \epsilon \left(\overbrace{x_2 - x_1}^I \right) - K \sin \epsilon \left(\overbrace{y_2 - y_1}^I \right) \\ y_{II.1} &= y_{II.2} + k \sin \epsilon \left(\overbrace{x_2 - x_1}^I \right) - k \cos \epsilon \left(\overbrace{y_2 - y_1}^I \right) \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Deoarece coeficientul K variază cu depărtarea punctelor respective de la origină, vom calcula pentru fiecare distanță valoare $K \sin \epsilon$ și $K \cos \epsilon$. Valorile $K \sin \epsilon$ și $K \cos \epsilon$ cresc foarte încet, ele se pot considera aproximativ constante pentru toate punctele care se găsesc în interiorul unei suprafețe cuprinsă în patru puncte vecine de ordinul III.

Practic pentru a face transcalcularea, procedăm astfel : presupunem că avem patru puncte de ordin superior A, B, C, D, cu coordonate în ambele sisteme de axe. Vom calcula $K \sin \epsilon$ și $K \cos \epsilon$ pentru distanțele AB, BC, CD și DA. Vom lua media lor atât pentru $K \sin \epsilon$ cât și pentru $K \cos \epsilon$. Aceste valori le vom

considera constante pentru toate punctele de ord. IV din interiorul acestui patrulater, și care au numai coordonate în sistemul I. Vom calcula apoi coordonatele $x_{II.1}$ și $y_{II.1}$ pentru punctul 31 din latura A 31 cu ajutorul formulelor din (9), considerând punctul A ca punctul nr.2 și punctul 31 ca punctul nr.1. După obținerea coordonatelor punctului 31,

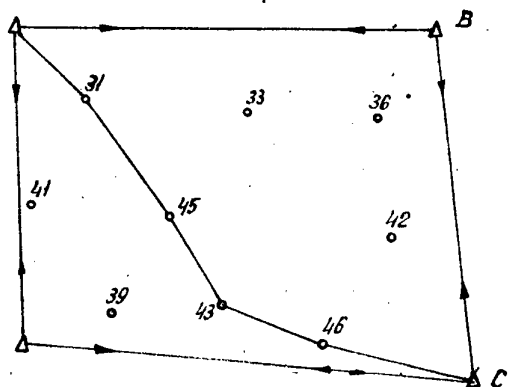


Fig. 91

vom considera acest punct ca punctul nr.2 și punctul 45 ca nr.1 și așa mai departe, pînă ce vom calcula din latura 46 C coordonatele punctului C, care trebuie să fie identice cu coordonatele deja cunoscute de mai înainte.

Dacă se va ivi o mică diferență, de cîtiva centimetri ea se va repartiza la coordonatele tuturor punctelor calculate între cele două puncte de ordin superior.

Exemplu practic

$$x_{II,I} = x_{II,2} - \frac{I}{(x_2 - x_1)} K \cos \varepsilon - \frac{I}{(y_1 - y_2)} K \sin \varepsilon; y_{II,I} = y_{II,2} + \frac{I}{(x_2 - x_1)} K \sin \varepsilon - \frac{I}{(y_2 - y_1)} K \cos \varepsilon$$

Numirea punctului	x_I	y_I	x_{II}	y_{II}
A	2320,603	21415,352	81789,810	32836,994
D	4970,180	21649,920	86818,440	32455,960
Δ	2649,577	234,568	5028,630	381,034
D	4970,180	21649,920	86818,440	32455,960
C	7314,236	24337,177	91326,785	27417,834
Δ	2344,056	2687,257	4508,345	5038,126
C	7314,236	24337,177	91326,785	27417,834
B	2559,856	26862,728	82374,242	22515,808
Δ	4754,380	2525,551	8952,543	4902,028
B	2559,856	26862,728	82374,242	22515,808
A	2320,603	21415,352	81789,810	32836,994
Δ	239,253	5447,376	584,432	10321,188

$K \cos \alpha = \frac{\Delta x_I \Delta x_{II} + \Delta y_I \Delta y_{II}}{\Delta x_I^2 + \Delta y_I^2}$			$K \sin \alpha = \frac{\Delta y_I \Delta x_{II} - \Delta x_I \Delta y_{II}}{\Delta x_I^2 + \Delta y_I^2}$	
$\Delta x_I \Delta x_{II} + \Delta y_I \Delta y_{II}$	$\Delta y_I \Delta x_{II} - \Delta x_I \Delta y_{II}$	$\Delta x_I^2 + \Delta y_I^2$	$K \cos \alpha$	$K \sin \alpha$
- 13413120,772822	- 169976,759222	7075280,425553	- 1,89577230	- 0,024024150
- 24106552,507702	- 305432,180609	12715948,715185	- 1,89577302	- 0,024019614
- 54944113,105768	- 695999,956447	28982537,038001	- 1,89576619	- 0,02404460
- 56363218,944845	- 714245,657868	29731147,283385	- 1,89576333	- 0,024023481
$K \cos \varepsilon = -1,895769$			$K \sin \varepsilon = -0,024020$	
A	+ 2320,60	+ 21415,35	- 81789,81	+ 32836,99
194	+ 2454,02	+ 22425,00	- 82066,99	+ 30926,13 14
195	+ 3297,50	+ 23391,02	- 83689,24	+ 29115,84 08
177	+ 2977,32	+ 23941,61	- 83095,48	+ 28063,58 59
165	+ 3145,43	+ 24661,57	- 83431,47	+ 26702,32 75
86	+ 2446,17	+ 25518,97	- 82126,43	+ 25060,47 53
B	+ 2559,86	+ 26862,73	- 82374,24	+ 22515,76 81

Transcalcularea coordonatelor dintr-un plan de proiecție într-un alt plan de proiecție se mai poate face și în felul următor: presupunem că sînt date trei puncte A,B,C de ordin superior în ambele plane de proiecție ; să se transcalculeze cu ajutorul lor punctele de ordin IV, aflate în interiorul acestui triunghi, cum este de exemplu, punctul P. Va trebui să calculăm diferența de orientare între laturile $A_I B_I$ și $A_{II} B_{II}$, $B_I C_I$ și $B_{II} C_{II}$, $A_I C_I$ și $A_{II} C_{II}$. La fel calculăm și relațiile între lungimile acestor laturi, adică:

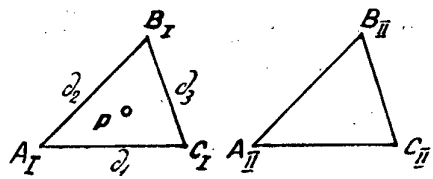


Fig.92

$$\frac{A_{II} B_{II}}{A_I B_I} = k_2; \frac{A_{II} C_{II}}{A_I C_I} = k_1; \text{ și } \frac{B_{II} C_{II}}{B_I C_I} = k_3.$$

Pentru obținerea diferențelor de orientare și a raportelor dintre lungimile laturilor respective, procedăm ast-

- 119 -

fel: vom calcula orientările celor trei laturi în planul I; vom calcula și reducerile la planul de proiecție pentru aceste laturi și le vom adăuga cu semnul invers la orientările laturilor respective, Prin aceasta am obținut orientările acestor laturi pe sferă : Vom avea :

$$\omega_{A_I B_I} - e_I AB = \omega_{AB} \text{ sf; la fel}$$

$$\omega_{A_I C_I} - e_{IAC} = \omega_{AC} \text{ sf.}$$

Vom calcula apoi, pentru aceleași laturi, din coordonatele punctelor $A_{II} B_{II} C_{II}$, reducerile la planul II de proiecție. Vom aplica aceste reduceri la AB sf și la AC sf. cu semnul obținut și vom avea orientările acestor laturi în planul II. Vom avea:

$$\omega_{AB} \text{ sf} + e_{II AB} = \omega'_{AB}$$

în planul II

$$\omega_{AC} \text{ sf} + e_{II AC} = \omega'_{AC}$$

Calculăm apoi orientările acestor două laturi din coordonatele date în planul II și obținem $\omega_{A_{II} B_{II}}$ și $\omega_{A_{II} C_{II}}$

Diferența între orientări va fi:

$$\omega'_{AB} - \omega_{A_{II} B_{II}} = \partial_2$$

și

$$\omega'_{AC} - \omega_{A_{II} C_{II}} = \partial_1$$

Vom lua apoi media acestor două valori și vom avea :

$\partial_A = \frac{\partial_1 + \partial_2}{2}$; La fel vom proceda și cu laturile $B_{II} A_{II}$ și $B_{II} C_{II}$ precum și cu laturile $C_{II} A_{II}$ și $C_{II} B_{II}$ și vom obține :

$$\partial_B = \frac{\partial_2 + \partial_3}{2} ; \partial_C = \frac{\partial_1 + \partial_3}{2}$$

∂_A , ∂_B , și ∂_C reprezintă diferențele dintre orientările aceluiași laturi din planul II și planul I. Adăugînd ∂_A la orientarea A-P, din planul I, pe ∂_B la orientarea B-P și pe ∂_C la orientarea C-P din același plan(I), vom obține orientările laturilor respective în planul II.

- 120 -

Vom calcula apoi corecțiile din cauza deformațiunii.

Din coordonatele celor trei puncte vom calcula în ambele planuri distanțele : $d_{A_I B_I}$ și $d_{A_{II} B_{II}}$ și vom obține:

$$\frac{d_{A_{II} B_{II}}}{d_{A_I B_I}} = k_2 ; \text{ la fel } \frac{d_{A_{II} C_{II}}}{d_{A_I C_I}} = k_1 ;$$

$$\text{luăm apoi media lor: } k_A = \frac{k_1 + k_2}{2} ; \text{ la fel } k_b = \frac{k_2 + k_3}{2} \text{ și } k_c = \frac{k_1 + k_3}{2}$$

Deci pentru a obține o lungime din planul I în planul II va trebui să înmulțim lungimea din planul I cu coeficientul k respectiv.

Pentru a obține coordonatele punctului P din planul I în planul II, vom proceda în modul următor:

Calculăm orientarea $A_I P_I$ în planul I și vom avea $\omega_{A_I P_I}$; adăugăm la ea ∂_A și vom avea $\omega_{A_I P_I} + \partial_A = \omega_{A_{II} P_{II}}$

Calculăm apoi distanța $d_{A_I P_I}$ din coordonatele în planul I și o vom înmulți cu k_A ; vom obține:

$$d_{A_I P_I} \cdot k_A = d_{A_{II} P_{II}} .$$

Avînd orientarea și distanța laturei PA în planul II, vom putea calcula coordonatele punctului P ca o radiere. La fel procedăm cu latura BP și eventual cu latura CP. Cele trei valori vor diferi foarte puțin și vom lua media lor. De obicei, este suficient să facem calculul numai din două puncte, A și B (aceasta pentru control).

Exemplu practic

Se dau coordonatele a trei puncte în ambele planuri:

In planul I

$A_I \quad x_A = -284406,20$
 $B_I \quad x_B = -291308,25$
 $C_I \quad x_C = -296238,58$
 $P_I \quad x_P = -289178,71$

$y_A = -2934,67$
 $y_B = -3793,19$
 $y_C = -8855,01$
 $y_{P_I} = -4270,02$

- 121 -

In planul II

A _{II}	x _A = + 118277,03	y _A = - 101062,81
B _{II}	x _B = + 111335,12	y _B = - 101447,04
C _{II}	x _C = + 106072,42	y _C = - 106157,67
P _{II}	x = ?	y = ?

Calculul corecțiilor de orientare.

Laturo	ω_I	θ_I	ω_{sf}	$+\theta_{II}$	ω'	ω_{II}	∂	media
A-B	92-12-18	-1 ^{cc}	92-12-17	-3 ^{cc}	92-12-14	96-47-99	4-35-85	$\partial_A = 4-35-80$
B-C	49-16-23	-6 ^{cc}	49-16-17	-4 ^{cc}	49-16-13	53-52-04	4-35-91	$\partial_B = 4-35-88$
A-C	270-46-55	+6 ^{cc}	270-46-61	+7 ^{cc}	270-46-68	274-82-42	4-35-74	$\partial_C = 4-35-83$

Calculul deformațiilor liniare

Laturo	d_I	d_{II}	$\frac{d_{II}}{d_I}$	K
A-B	6955,24	6952,54	0,999612	$K_A = 0,999598$
B-C	7066,13	7063,01	0,999559	$K_B = 0,999586$
A-C	13230,86	13225,36	0,999584	$K_C = 0,999572$

Orientarea A-P în I = 282^g-63^c-15^{cc}

diferența de orientare $\omega_A = \underline{4-35-80}$
orient.AP în II = 286 -98 -95

distanța A-P în I = 4955,81 m

distanța A-P în II = 4955,81 x 0,000598 = 4953,82

$d_{A_{II}P_{II}} \sin \omega_{A_{II}P_{II}} = -4850,73$
 $x_{A_{II}} = +118277,03$
 $x_{P_{II}} = +113426,30$

$d_{A_{II}P_{II}} \cos \omega_{A_{II}P_{II}} = -1005,36$
 $y_{A_{II}} = -101062,81$
 $y_{P_{II}} = -102068,17$

- 122 -

Din stația B (latura B - P)

$$\text{orientarea BP în planul I } w_{B_I P_I} = 114^{\text{g}} - 02^{\text{c}} - 34^{\text{cc}}$$

$$\text{diferența de orientare } \omega_B = \underline{+ 4 - 35 - 88}$$

$$\text{orientarea } \omega_{B_{II} P_{II}} = 118 - 38 - 22$$

$$\text{distanța } d_{B_I P_I} = 2182,17 \text{ m}$$

$$d_{B_{II} P_{II}} = 2182,17 \times 0,999586 = 2181,37$$

$$d_{B_{II} P_{II}} \sin w_{B_{II} P_{II}} = +2091,06$$

$$x_{B_{II}} = \underline{+ 111335,12}$$

$$x_{P_{II}} = \underline{+ 113426,18}$$

$$d_{B_{II} P_{II}} \cos w_{B_{II} P_{II}} = - 621,15$$

$$y_{B_{II}} = - 101447,04$$

$$y_{P_{II}} = \underline{- 102068,19}$$

Din stația C (latura C-P)

$$\omega_{C_I P_I} = 63^{\text{g}} - 33^{\text{c}} - 17^{\text{cc}}$$

$$\text{diferența de orientare} = \underline{4 - 35 - 83}$$

$$\text{orientarea } x_{C_{II} P_{II}} = 67 - 69 - 00$$

$$\text{distanța } d_{C_I P_I} = 8418,07 \text{ m}$$

$$d_{C_{II} P_{II}} = 8418,07 \times 0,999572 = \underline{8414,47}$$

$$d_{C_{II} P_{II}} \sin \omega_{C_{II} P_{II}} = + 7353,83$$

$$x_{C_{II}} = \underline{+ 106072,42}$$

$$x_{P_{II}} = \underline{+ 113426,25}$$

$$d_{C_{II} P_{II}} \cos \omega_{C_{II} P_{II}} = + 4089,56$$

$$y_{C_{II}} = \underline{- 106157,67}$$

$$y_{P_{II}} = - 102068,11$$

- 125 -

Cele trei valori obținute pentru coord.punctului P în planul II sînt:

+ 113426,30	- 102068,17
+ 113426,18	" ,19
+ 113426,25	" ,11
Media $x_{P_{II}} = + 113426,24$	$y_{P_{II}} = - 102068,16$

9. Intocmirea dosarului lucrării

Dosarul unei lucrări geodezice de ordin IV cuprinde următoarele piese:

- 1) Schița de plantare a punctelor la scara 1:50.000
- 2) Schița vizelor cu însemnarea determinării fiecărui punct, la sc.1:50.000
- 3) Foaia(foile) fundamentală la sc.1:25.000
- 4) Carnetele de observații pe teren atît ale unghiurilor orizontale cît și ale celor verticale.
- 5) Calculul orientărilor
- 6) Calculul coordonatelor x,y și z
- 7) Descrierile topografice ale punctelor
- 8) Inventarul coordonatelor
- 9) Procesul verbal de predare a bornelor la Sfaturile Populare.

Corectat: Ing. Klînger Iosif

Dactilografiat: Ghețu Natalia

Dat în lucru: 10.IX.958. Bun de tipar:

17X.958. Tiraj: 346. Hîrtie s.vel.

61x86/34. format 1/8

Tiparul executat sub C-da 1506/958
de Litografia și Tipografia Învățămîntului, str. Mihai Vodă nr.46 Buc.

Viza E.N. 9117

STAT

Page Denied